

Nome e cognome: _____

Classe: _____

Liceo Scientifico “A. Vallisneri”
Prova scritta di matematica

Esercizio 1 (10 punti). Calcolare i seguenti limiti di funzione, motivando esaurientemente ogni passaggio:

- (a) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{2x}}{x^6}$
- (b) $\lim_{x \rightarrow 0^+} \left(\sqrt{1+x^2} - \ln x \right)$

Esercizio 2 (30 punti). Calcolare i seguenti limiti di funzione:

- (a) $\lim_{x \rightarrow 2} \ln \frac{1}{(x-2)^2}$
- (b) $\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{\cos(\arctan x + x)}{x^{2025}}$
- (c) $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x}e^x + x^6)$
- (d) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 - x^2}{x^3 + x^2 - x - 1}$
- (e) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{e^x - e^{\frac{1}{x}}}{\arctan x}$
- (f) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{4 - x^2}{x^3 - 3x^2 + 4}$

Esercizio 3 (10 punti). Si consideri la funzione f definita da $f(x) = e^{\frac{1}{x}}$.

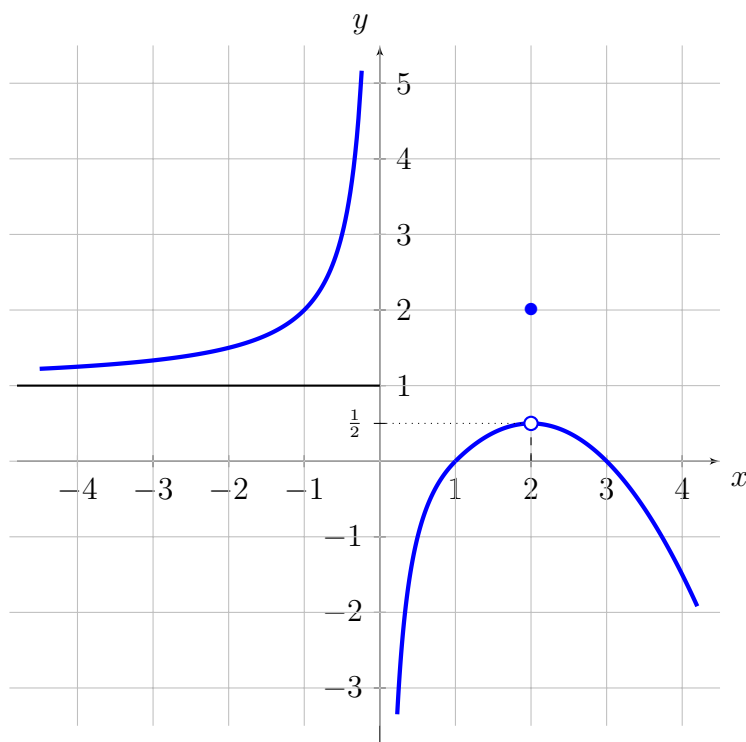
- (a) Determinare il dominio naturale di f e il suo segno.
- (b) Scrivere l'insieme dei punti di accumulazione per il dominio di f . Calcolare il limite di f nei punti di accumulazione del dominio di f e che non vi appartengono.
- (c) Tracciare un grafico di f che sia compatibile con le informazioni determinate ai punti precedenti.

Esercizio 4 (10 punti). Si consideri l'insieme

$$A = \left\{ n - \frac{1}{n} : n \geq 1 \text{ intero} \right\}.$$

Dopo aver stabilito se A è limitato superiormente e/o inferiormente, determinare $\sup A$, $\inf A$ e, se esistono, $\max A$ e $\min A$. Giustificare opportunamente ogni affermazione.

Esercizio 5 (10 punti). Si osservi la figura, che mostra il grafico di una funzione f .



(a) Dedurre dal grafico i seguenti limiti:

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) =$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) =$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} f(x) =$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) =$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) =$$

$$\lim_{x \rightarrow 2} f(x) =$$

(b) Dire se la funzione f è continua in $x = 0$ e in $x = 2$, giustificando opportunamente la risposta data.

Es. 1	Es. 2	Es. 3	Es. 4	Es. 5

Voto: _____