

TD L1 AES (GROUPE 3) - 14/10/2025

1

Informations : Tous les fichiers peuvent être trouvés à l'adresse

<https://poisson.phc.dm.unipi.it/~dinunzio/Teaching>



Pour toute question : antonio.dinunzio@unicaen.fr

3.3 Ensembles et pourcentages (extrait du CT 2024-2025)

On rappelle que

$E = \{\text{entreprises françaises exportatrices en 2017}\}$

$S = \{\text{entreprises françaises opérant dans l'industrie en 2017}\}$

$\Omega = \{\text{entreprises françaises en activité en 2017}\}$

On a $\text{Card}(E) = 200\,000$

$\text{Card}(S) = 150\,000$

$\text{Card}(\Omega) = 2\,000\,000$ (point 3.3.1)

$\text{Card}(E \cap S) = 30\,000$ (point 3.3.2)

4. On s'intéresse à l'ensemble $A = E \cap S$. et à l'ensemble $B = \overline{E} \cap \overline{S}$.

- (a) Quel est concrètement le profil des entreprises qui appartiennent à l'ensemble A? Et à B?
- (b) Exprimez l'ensemble A à l'aide de la notation des ensembles. Autrement dit, indiquez ce qu'il faut écrire entre accolades dans $A = \{ \}$. Le même pour B.
- (c) Combien y a-t-il d'entreprises dans l'ensemble A? Posez la formule du calcul avant de passer à l'application numérique.

(a) Dans A il y a les entreprises qui op. dans l'industrie et qui sont exportatrices en 2017

b) $B = \overline{E} \cap \overline{S} = \{ \text{entreprises dans } \Omega \text{ qui n'exportent pas et qui n'opèrent pas dans l'ind.} \}$ actrice en 2017

$$B = \{ x \in \Omega : x \notin E \text{ et } x \notin S \}$$

$$A = E \cap S = \{ x \in \Omega : x \in E \text{ et } x \in S \}$$

$$(c) \text{Card}(B) = \text{Card}(\overline{E} \cap \overline{S}) = \text{Card}(\overline{E \cup S})$$

De Morgan: $\overline{E \cap S} = \overline{E} \cup \overline{S}$

$$\left[\begin{array}{l} C \subseteq \Omega \quad \text{Je connais } \frac{\text{Card}(C)}{\text{Card}(\Omega)} \\ \text{Card}(\overline{C}) = \text{Card}(\Omega) - \text{Card}(C) \end{array} \right.$$

$$\rightarrow = \text{Card}(\Omega) - \text{Card}(E \cup S)$$

$$\text{Card}(E \cup S) = \text{Card}(E) + \text{Card}(S) - \text{Card}(E \cap S)$$

$$= \text{Card}(\Omega) - (\text{Card}(E) + \text{Card}(S) - \text{Card}(E \cap S))$$

$$= \text{Card}(\Omega) - \text{Card}(E) - \text{Card}(S) + \text{Card}(E \cap S)$$

$$\left[\begin{aligned} -(a+b) &= (-1) \cdot (a+b) = (-1) \cdot a + (-1) \cdot b \\ &= -a - b \end{aligned} \right.$$

$$= 2\,000\,000 - 200\,000 - 150\,000 + 30\,000$$

$$= 2\,000\,000 - 350\,000 + 30\,000$$

$$= 2\,000\,000 - 320\,000$$

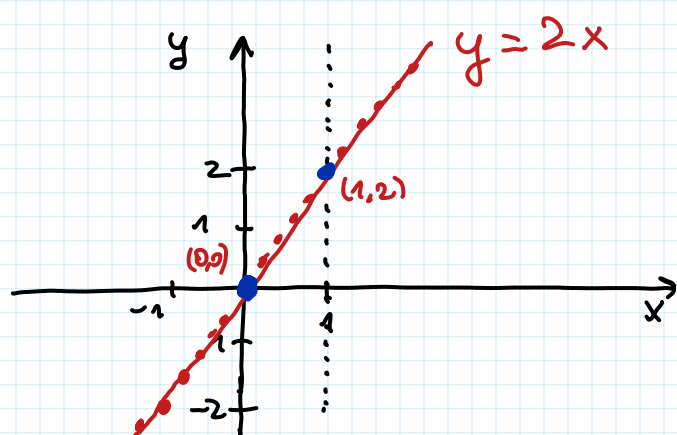
$$= 1\,680\,000$$

Une droite est représentée sur le plan à travers une équation de la forme: $ax + by + c = 0$

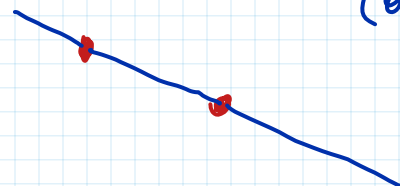
Ex. $2x + y = 0$

$$x - y + 2 = 0$$

$$y = 3x - 2$$



Pour la dessiner, il suffit
d'avoir DEUX POINTS
(différents)



$$\begin{aligned} x=0 &\leadsto y=0 \\ x=1 &\leadsto y=2 \end{aligned}$$

$$A = \{(x, y) \in \underbrace{\mathbb{R} \times \mathbb{R}}_{\mathbb{R}^2} : y = 2x\}$$

$$\overset{x}{0}, \overset{y}{0} \in A$$

$$\overset{x}{1}, \overset{y}{1} \stackrel{?}{\in} A$$

$$\begin{aligned} 0 &= 2 \cdot 0 \\ y &= 2 \cdot x \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} y &= 1 \\ x &= 1 \end{aligned}$$

$$\text{mais } \begin{aligned} 1 &\neq 2 \\ y &\neq 2x \end{aligned}$$

Si je prends $x = 1$, est-ce que je trouve un y t.q.

$$(1, y) \in A \quad ? \quad \text{Oum!}$$

$$y = 2 \cdot x = 2 \cdot 1 = 2$$

$$\begin{aligned} \leadsto (1, 2) &\in A \\ (0, 0) &\in A \end{aligned}$$

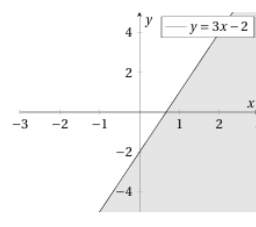
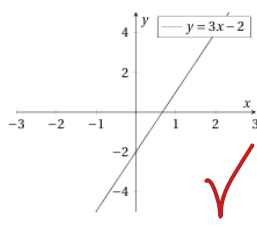
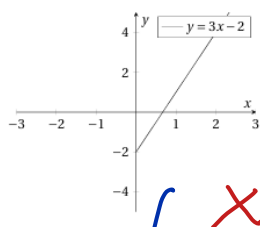
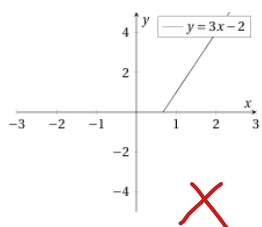
$$\left[\begin{aligned} x = -1 &\quad \leadsto \overset{?}{\exists} y \in \mathbb{R} \text{ t.q. } (-1, y) \in A \\ y = 2x &\leadsto y = -2. \\ \Rightarrow &(-1, -2) \in A. \end{aligned} \right]$$

1. Entourez le graphique qui représente l'ensemble $A = \{(x, y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \mid y = 3x - 2\}$?

☐ Aucun de ces graphiques.

☐ Ne sait pas.

Pas des limitations



Pas de \leq, \geq

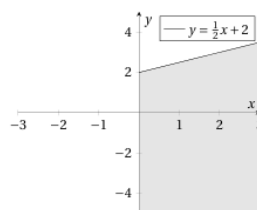
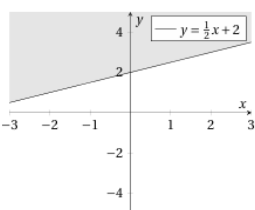
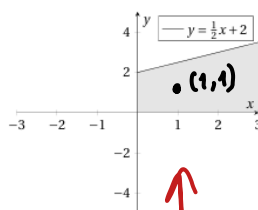
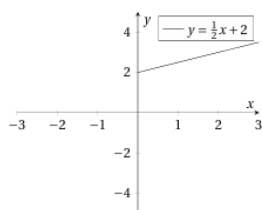
$$\begin{aligned} x &= -1 \\ \Rightarrow y &= -3 - 2 = -5 \\ \Rightarrow (-1, -5) &\in A \end{aligned}$$

2. Entourez le graphique qui représente l'ensemble $A = \{(x, y) \in \mathbb{R}_+^2 \mid y < \frac{1}{2}x + 2\}$?

☐ Aucun de ces graphiques.

☐ Ne sait pas.

$\mathbb{R}_+ \times \mathbb{R}_+$



Point Test : $(1, 1) \in \mathbb{R}_+ \times \mathbb{R}_+$

$$y < \frac{1}{2}x + 2$$

$$1 < \frac{1}{2} \cdot 1 + 2$$

Donc $(1, 1) \in A$

Rappel:

$$A^2 = A \times A$$

↑ produit cartésien

3. On considère l'ensemble $A = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid y = 2x + 1\}$.

(a) Parmi les couples suivants, le(s)quel(s) apparten(nen)t à A ? $(0, 0)$, $(0, 1)$, $(-1, -1)$, $(7, 3)$, $(3, 7)$.

(b) Dans le plan (x, y) tracez la fonction $y = f(x) = 2x + 1$, puis identifiez où se trouve l'ensemble A sur le graphique.

3 - Partie 1

pas de +

$$B = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid y = 2x + 1\}$$

$$(0, 0) \notin B$$

$$0 \neq 2 \cdot 0 + 1$$

$$(0, 1) \in B$$

$$1 = 2 \cdot 0 + 1$$

$$(-1, -1) \in B$$

$$2 \cdot (-1) + 1 = -2 + 1 = -1$$

$$(7, 3) \notin B$$

$$2 \cdot 7 + 1 = 15 \neq 3$$

$$(3, 7) \in B$$

$$2 \cdot 3 + 1 = 7$$

(b) Graphique de $y = 2x + 1$

Il suffit d'avoir 2 points

$$(0, 1) \rightarrow 2 \cdot 0 + 1$$

$$(1, 3) \rightarrow 2 \cdot 1 + 1$$

