

PRIMO COMPITO DI ANALISI MATEMATICA  
CORSO DI LAUREA IN INFORMATICA, CORSO B

18 GENNAIO 2016

**Esercizio 1** Siano  $z_1$  e  $z_2$  due numeri complessi con modulo e argomento rispettivamente  $(\rho_1, \theta_1)$  e  $(\rho_2, \theta_2)$  tali che  $\rho_2 = \rho_1$  e  $\theta_2 = -\theta_1$ . Dimostrare che  $z_1 + z_2$  e  $z_1 \cdot z_2$  sono numeri reali.

**Esercizio 2** Sia  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  la funzione definita da

$$f(x) = \begin{cases} e^{-x^2} & x \geq 0 \\ 1 + e^{\frac{1}{x}} & x < 0. \end{cases}$$

Determinarne:

- (a) l'insieme di definizione;
- (b) l'insieme di continuità;
- (c) l'insieme di derivabilità;
- (d) gli intervalli di crescita e decrescenza;
- (e) gli intervalli di convessità e concavità;
- (f) eventuali asintoti.

Se ne disegni un grafico qualitativo indicando estremo superiore, estremo inferiore, massimi e minimi relativi e assoluti (se esistono).

**Esercizio 3** Calcolare l'integrale indefinito

$$\int e^{\alpha x} \cos(\beta x) dx$$

al variare di  $\alpha, \beta \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$ .

**Esercizio 4** Si consideri il sottoinsieme dei numeri reali

$$A = \left\{ \frac{n-3}{n^2} \mid n \in \mathbb{N}, n \geq 1 \right\} \cup (-1, 1).$$

- (a) Dimostrare che la successione  $a_n = \frac{n-3}{n^2}$  è monotona decrescente per  $n \geq 6$ ;
- (b) determinare estremo superiore ed inferiore di  $A$  e dire, motivando la risposta, se ammette massimo e/o minimo.