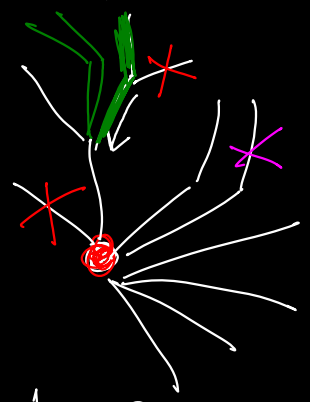


COMBINATORIA

TARANTO 2020 (50 e.u.)

Problema dell'Idra



Eroale arriva e taglia
colli a caso
Eroale vince

Strategia:

Mettere un ordine totale sulle
idre tale che:

- Ogni taglio + ricrescita produce
un'idra strettamente minore secondo
questo ordine

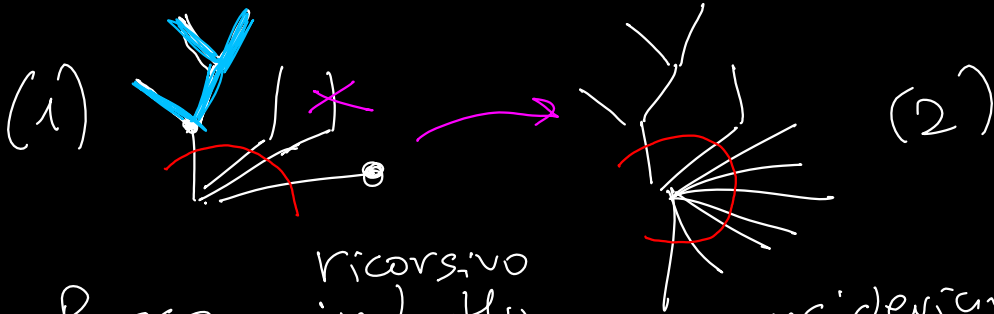
- È un buon ordine
• Ogni sottoinsieme non vuoto ha
minimo (DISCESA INFINITA)

• Non esistono successioni infinite
strettamente decrescenti

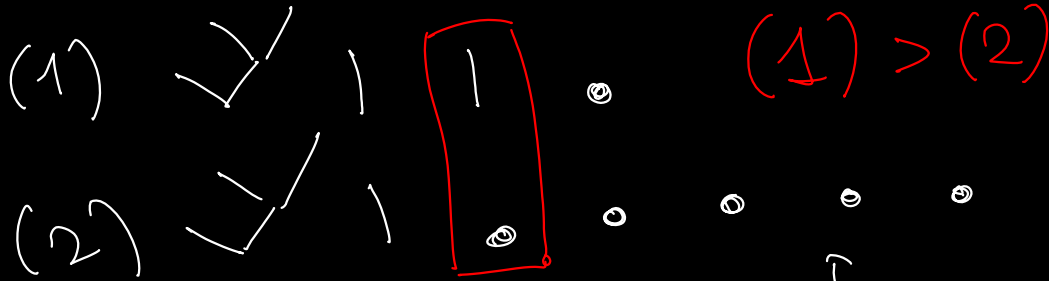
Eroale produce successione strettamente decr,
e quindi finisce in finiti passi.

Costruzione ricorsiva

$\emptyset < \bullet < \text{qualsunque altra idra}$ (passo base)



Passo induttivo: consideriamo le due successioni decrescenti delle sottoidre



I_1 è maggiore nel primo posto in cui la sottoidra di I_1 è $>$ quella di I_2 se le succ differiscono

- \aleph un ordine buon ordine
 - \aleph un ordine + ricrescita diminuisce
 - Taglio

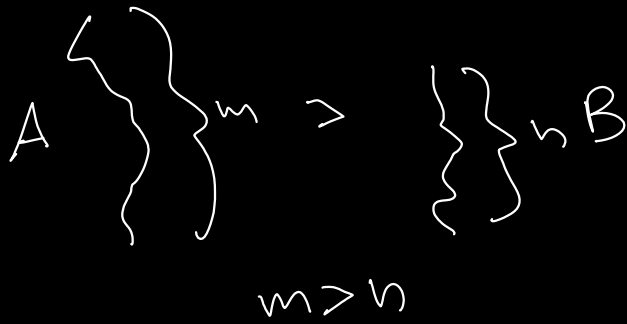
\aleph un ordine: per esercizio

\aleph un buon ordine
 Ogni collezione non vuota di idre ha un minimo

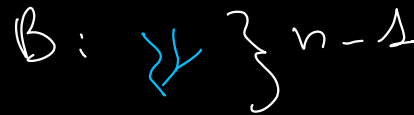
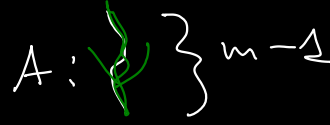
Problema: Le idre della collezione possono essere arbitrariamente alte

Soluzione: L'ordinamento proposto estende l'ordinamento parziale per altezza,

Dim: per induzione sull'altezza dell'idra più alta!

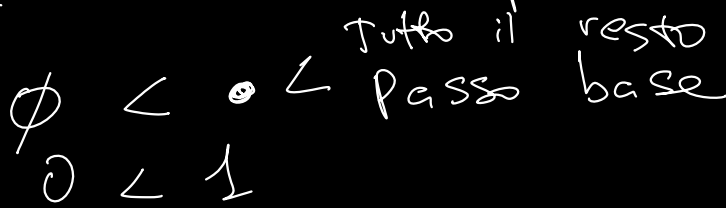


Prendiamo le sottoidre ordinate decrescenti



per poter dire che la prima di A ha alt

$m-1$ vi serve operare su m

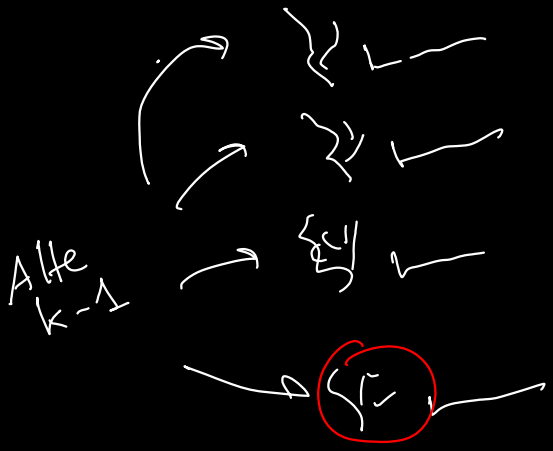


Ogni collezione non vuota di idre ha un minimo

quanto appena visto, il minimo v_1 cercato tra le idre di altezza minima è un naturale

OK,

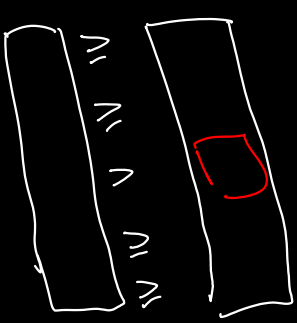
Sia k il minimo delle altezze
 Prendiamo idre alte k
 Tra le loro sottoide, le più alte sono
 alte $k-1$



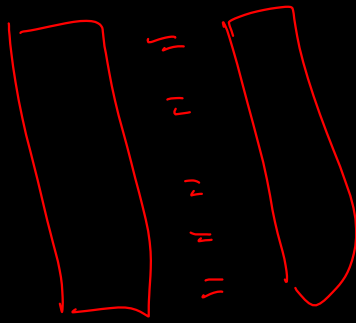
Andiamo per induzione su k .
 Supponiamo di aver mostrato
 "ogni collettore di idre alte
 $< k$ ha minimo"

Per ipotesi induttiva, la collezione
 delle sottoide più alte ha minimo
 Tra quelle che hanno la prima
 sottoide minima andiamo a confrontare
 le seconde, etc

Dobbiamo vedere che ci fermiamo
 Poiché per ip induttiva, l'ordine
 è un buon ordine per idre alte $< k$,
 ci basta far vedere che produciamo
 una successione decrescente che non si
 stabilizza



Discesa stretta



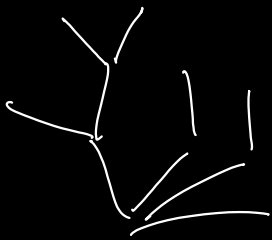
non può andare quanti all'infinito perché ogni succ di sottoidre è finita

Allora, per induzione, è un buon ordine

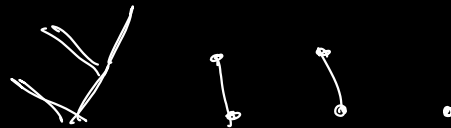
Esercizio: formalizzare bene

FATTO MANCANTE: TAGLIO + RICRESCITA + PICCOLA (secondo questo nuovo ordinamento) PRODUCE IDRA

Anche questo per induzione sull'altezza



succ sottoidre

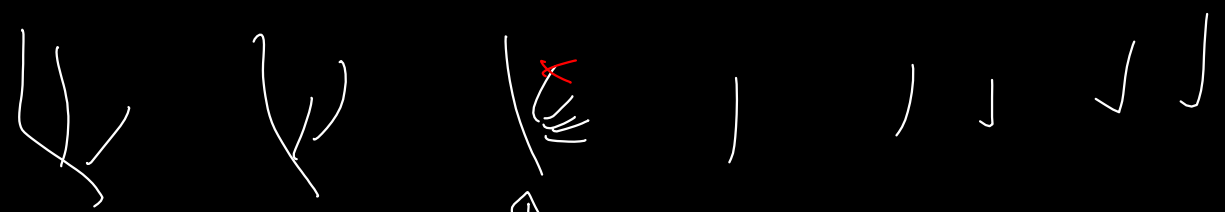


Nuova ricrescita può avvenire:

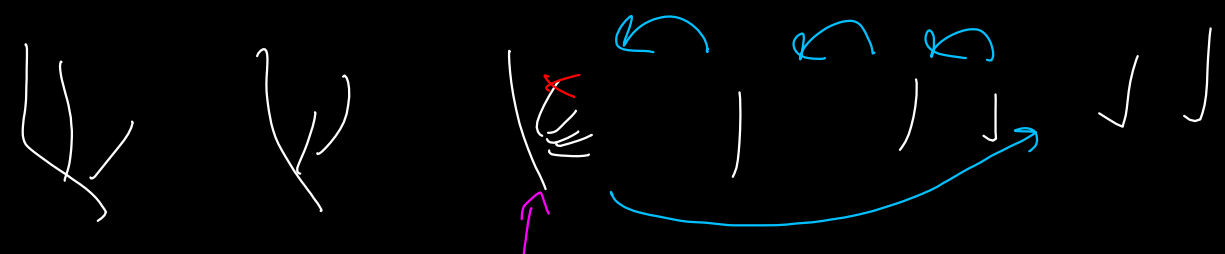
- dal corpo (INTRODUCE NUOVE SOTTOIDRE)
- da un nodo intermedio (CAMBIA LE S.I. che ci sono)

— Nessuna ricrescita

Ricrescita da modo intermedio



TAGLIO QUI
Per ip induttiva, sottodre tagliata e
ricresciuta $\bar{e}' <$ originale



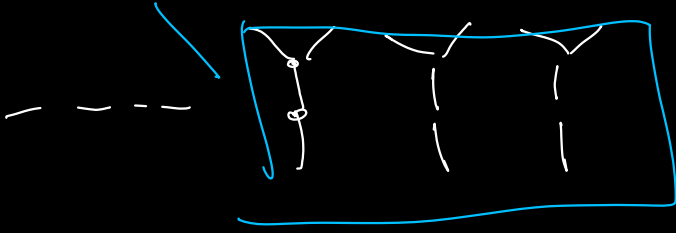
MODIFICATA

— Resta nello stesso posto sottodre,
ma \bar{e} piú piccola di orig
 \Rightarrow lora totale \bar{e} piú piccola

— Va piú avanti perché piú piccola,
In entrambi casi nel primo posto in cui
differiscono, sottodre tagliata $<$ sottodre
Secondo caso originale



per ip induttiva,
lei $\bar{e} <$ orig
sottodre



Se il blocco delle
coppie inizia nello
stesso posto per, ok
IP, WD

Se INIZIA DOPPO ANCHE

CONCLUSIONE: È UN BUON

ORDINE \Rightarrow DISCESA INFINITA

\Rightarrow ERCOLE VINCE