

# Esercizi di Geometria - Stage di Siena

9 febbraio 2018 (48 era Unix)

1. Il monumento a Mathenkamen è a forma di piramide che poggia sulla sua base quadrata di lato  $18m$ . La sua altezza misura  $15m$ , e il piede dell'altezza cade nel centro del quadrato. La piramide è orientata in modo che, quando i raggi del sole arrivano da sud inclinati di  $45^\circ$  rispetto al suolo, l'area della parte di terreno su cui essa spande la sua ombra sia la più piccola possibile. Quanto vale quest'area espressa in  $m^2$ ?  
Nota: il terreno coperto dalla base della piramide non va contato come terreno in ombra.
2. In un trapezio isoscele  $ABCD$  di base maggiore  $AB$  le diagonali vengono divise dal loro punto d'incontro  $O$  in parti proporzionali ai numeri 1 e 3. Sapendo che l'area del triangolo  $BOC$  è 15, quanto misura l'area dell'intero trapezio?
3. In un quadrilatero convesso  $ABCD$  si ha  $AB = BC = CD$ . Inoltre  $AC = BD = AD$ . Quanto misura l'angolo in  $D$ ?
4. Tre persone  $A, B, C$  si trovano in prossimità di un incrocio stradale tra due strade perpendicolari.  $A$  si trova esattamente sull'incrocio, mentre  $B$  e  $C$  si trovano su due strade distinte. Nel campo nei pressi dell'incrocio, all'interno dell'angolo retto  $C\hat{A}B$ , c'è un cartellone pubblicitario, sostenuto da due pali piantati nel terreno nei punti  $D$  ed  $E$ , che distano tra loro esattamente un metro.  $A, B$  e  $C$  vedono tutti il lato frontale del cartellone. Sapendo che gli angoli  $D\hat{A}E, D\hat{B}E, D\hat{C}E$  misurano tutti  $30^\circ$ , qual è la distanza in linea d'aria tra  $B$  e  $C$ ?
5. Il Diamante si trova a 2 metri dalla parete sud e a 3 metri dalla parete ovest di una stanza rettangolare le cui pareti nord e sud sono lunghe 4 metri, e quelle est e ovest 3 metri. Un ladro si cala dal soffitto della stanza e tocca il pavimento a 1 metro dalla parete sud e 1 metro dalla parete ovest. Deve però disattivare l'allarme tagliando in un punto qualsiasi un filo che corre lungo tutto il perimetro della stanza ad altezza costante dal pavimento. Quanto misura il più breve percorso che il ladro deve compiere per raggiungere prima un punto qualsiasi di una delle pareti e poi il Diamante?
6. La casa di Dante si trova nel punto  $D$  ai piedi di una montagna conica con il diametro di base di 4 km e cima nel punto  $C$ . Si sa che  $D$  dista da  $C$  4 km in linea retta e che, detto  $P$  il punto diametralmente opposto a  $D$  rispetto alla base della montagna, la porta dell'Inferno si trova a  $3/4$  del segmento  $CP$ , più vicino a  $P$ . Quale distanza deve percorrere Dante al minimo (camminando sulle pendici della montagna) per poter raggiungere la porta dell'Inferno da casa sua?
7. È dato un triangolo acutangolo isoscele  $ABC$  di base  $AC$ . All'interno di tale triangolo sono dati un punto  $M$ , dalla parte di  $C$  rispetto all'asse di  $AC$  e tal che  $C\hat{M}A = 2C\hat{B}A$ , e un punto  $N$  all'interno del segmento  $AM$  tale che  $B\hat{N}M = C\hat{B}A$ .
  - Dimostrare che  $C\hat{B}N = B\hat{A}M$ ;
  - Dimostrare che  $CM + MN = BN$ .