

Esercizio 72: (i) Calcolare il polinomio minimo $f(x)$ di $\sqrt{5} + i$ su \mathbb{Q} e controllare che $f(x) \in \mathbb{Z}[x]$
 (ii) Calcolare il grado del campo di spezzamento di $f(x)$ su \mathbb{Q} , su $\mathbb{Q}(i)$ e su \mathbb{F}_5 .

Esercizio 73: Dimostrare che $K = \mathbb{Q}(i, \sqrt[3]{3}, \sqrt[3]{3})$ è una estensione normale di \mathbb{Q} . Calcolare il grado. Se avessi avuto $\mathbb{F} = \mathbb{Q}(i, \sqrt[3]{3}, \sqrt[3]{3})$, \mathbb{F} sarebbe data normale?

Esercizio 74: Dimostrare che ogni estensione di grado 2 è normale. Si può affermare la stessa cosa per le estensioni di grado 3? Costruire un'estensione di grado 3 normale.

Esercizio 75: Determinare se i seguenti campi sono o meno isomorfi:

$$\mathbb{Q}(\sqrt{2}) \quad \mathbb{Q}(\sqrt{3}) \quad \mathbb{Q}(\sqrt{6}) \quad \mathbb{Q}(\sqrt{2+\sqrt{3}}) \quad \mathbb{Q}(\sqrt[3]{2}/\sqrt{3}) \quad \mathbb{Q}(\sqrt[3]{2})$$