Dominanza diagonale

$$|d_{ii}| > \sum_{j \neq i} |d_{ij}| \qquad \forall i = 1,2,3,\dots n$$

Per (1), vale

$$2+\alpha = |2+\alpha| > |1|+|1| = 2$$

$$\begin{bmatrix} 2+\alpha & -1 & & & 0 \\ -1 & \ddots & \ddots & & \\ & \ddots & -1 & 2+\alpha & -1 \\ & & & -1 & 2+\alpha & -1 \\ 0 & & & & -1 & 2+\alpha \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_{n-2} \\ x_{n-1} \\ x_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Cosa succede se $x_n = 0$?

(n) $-1 \cdot x_{n-1} + (2+\alpha) x_n = 0$ se $x_n = 0$, allora $x_{n-1} = 0$

(n−1) $-1 \cdot x_{n-2} + (2+\alpha) x_{n-1} - x_n = 0 \Rightarrow x_{n-2} = 0$

... eccetera ...

2^a equazione : $\cdots \Rightarrow x_1 = 0$

Allora $0 = (2+\alpha) x_1 - x_2 \neq 1$

contraddice eqn (1), assurdo

$$\begin{array}{c} (1) \\ (2) \\ \\ (n-2) \\ (n-1) \\ (n) \end{array} \begin{bmatrix} 2+\alpha & -1 & & \\ -1 & \ddots & \ddots & \\ & \ddots & \ddots & -1 \\ & & -1 & 2+\alpha \end{bmatrix} \begin{bmatrix} z_1 \\ z_2 \\ \vdots \\ z_{n-1} \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \vartheta \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix}$$

(n): $-z_{n-1} + (2+\alpha) \cdot 1 = 0$

(n−1) $-z_{n-2} + (2+\alpha) z_{n-1} - 1 = 0$

(n−2) $-z_{n-3} + (2+\alpha) z_{n-2} - z_{n-1} = 0$

$\vdots$

(2) $-z_1 + (2+\alpha) z_2 - z_3 = 0$

(1) $-z_2 + (2+\alpha) z_1 = \vartheta$

Uguali a parte indici scalati

(n) $z_{n-1} = 2+\alpha$

(n−1) $z_{n-2} = (2+\alpha) z_{n-1} - 1$

$z_{n-3} = (2+\alpha) z_{n-2} - z_{n-1}$

$z_{n-4} = (2+\alpha) z_{n-3} - z_{n-2}$

---

op. aritmetiche:

$$1 + 2 + (n-3)2 + 2 = \boxed{2n-1} = O(n)$$

$$= 2n + o(n)$$

#5: no, altrimenti avrei

$$Ax = 0 \quad \text{per} \quad x = \begin{bmatrix} z \\ 1 \end{bmatrix} \neq 0$$

impossibile perché A singolare

$$A \begin{bmatrix} z_1 \\ z_2 \\ \vdots \\ z_{n-1} \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \vartheta \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix} \qquad A \begin{bmatrix} z_1/\vartheta \\ z_2/\vartheta \\ \vdots \\ 1/\vartheta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix}$$

Risolvere $A\cancel{x}=b$ con '\' : $O(n^3)$ $\frac{2}{3}n^3 + o(n)$

Nostro metodo: $O(n)$ $3n + o(n)$

#6: si hanno valori più grandi di 10^{308}

si verifica overflow

in alcune entrate di z compare inf

sottrazioni tra due inf generano NaN

Foglio esercizi 26/4/2013

occhio:

$$f = \begin{bmatrix} b_1 \\ b_1 + b_2 \\ b_1 + \cancel{b_2} + b_3 \\ \vdots \\ b_1 + b_2 + \dots + b_n \end{bmatrix} \qquad f_i = \sum_{j=1}^{i} b_j$$

#1. Le sottomatrici principali $A_1, \dots A_{n-1}$ sono

$$\begin{bmatrix} 1 & & & 0 \\ -1 & \ddots & & \\ & \ddots & \ddots & \\ 0 & & -1 & 1 \end{bmatrix}$$

nonsingolari perché triangolari inferiori con 1 sulle diag.

Il criterio di ∃ e unicità LU è rispettato.

#2.

$$\begin{bmatrix} 1 & & & \alpha \\ \boxed{-1} & 1 & & \\ & -1 & \ddots & \\ & & -1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} b \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & & & & \alpha \\ 0 & 1 & & & \alpha \\ & \boxed{-1} & 1 & & \\ & & -1 & \ddots & \\ & & & -1 & 1 \end{bmatrix} x = \begin{bmatrix} b_1 \\ b_1 + b_2 \\ b_3 \\ \vdots \\ b_n \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & & & \alpha \\ 0 & 1 & & & \alpha \\ & 0 & 1 & & \alpha \\ & & -1 & 1 & \\ & & & -1 & \ddots \\ & & & & -1 & 1 \end{bmatrix} x = \begin{bmatrix} b_1 \\ b_1 + b_2 \\ b_1 + b_2 + b_3 \\ b_4 \\ \vdots \\ b_n \end{bmatrix}$$

$$\underbrace{\begin{bmatrix} 1 & & & & \alpha \\ & 1 & 0 & & \alpha \\ & & 1 & & \alpha \\ & 0 & & \ddots & \vdots \\ & & & 1 & \alpha \\ & & & & \alpha+1 \end{bmatrix}}_{U} x = \underbrace{\begin{bmatrix} b_1 \\ b_1 + b_2 \\ b_1 + b_2 + b_3 \\ \vdots \\ b_1 + \dots + b_n \end{bmatrix}}_{f}$$

$$I + \alpha \begin{bmatrix} 1 \\ \vdots \\ 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 0 & \cdots & 1 \end{bmatrix} = I + \alpha \begin{bmatrix} 0 & & & 1 \\ & & & \vdots \\ & & & 1 \end{bmatrix}$$