

Breve formulario di Fisica

Marco Trevisiol

29 dicembre 2013

Indice

1	Meccanica	2
1.1	Cinematica	2
1.2	Dinamica	2
1.3	Attrito	3
1.4	Lavoro	4
1.5	Gravità	5
1.6	Fluidi	5
1.7	Oscillazioni	5
2	Onde	6
2.1	Specchi e lenti	8
3	Termodinamica	9
3.1	Trasmissione di calore	9
3.2	Gas perfetti	10
3.3	Macchine termiche	11
4	Elettromagnetismo	12
4.1	Cariche statiche	12
4.2	Circuiti	13
4.3	Magnetismo	14
4.4	Induzione elettromagnetica	15
4.5	Leggi di Maxwell	15

1 Meccanica

1.1 Cinematica

Moto rettilineo Siano x, t rispettivamente posizione e tempo di un punto in moto rettilineo:

definizione di *velocità*

$$v = \frac{dx}{dt},$$

definizione di *accelerazione*

$$a = \frac{dv}{dt}.$$

Moto in più dimensioni Simili relazioni valgono anche nel caso di un moto in uno spazio a più dimensioni:

$$\vec{v} = \frac{d\vec{x}}{dt} \quad \vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt}.$$

Moto circolare Sia θ l'angolo di un punto in moto circolare:

definizione di *velocità angolare*

$$\omega = \frac{d\theta}{dt},$$

definizione di *accelerazione angolare*

$$\alpha = \frac{d\omega}{dt};$$

inoltre, detto R il raggio del circolo, valgono

$$v = \omega R, \quad a = \alpha R.$$

Nel caso di un moto circolare uniforme, vale la relazione

$$Ra = v^2.$$

1.2 Dinamica

Dinamica del punto materiale Sia m la massa di un punto materiale e \vec{F} la forza ad esso applicata: definizione di *quantità di moto*

$$\vec{p} = m\vec{v}.$$

Leggi di Newton

1. $\vec{F} = 0 \Rightarrow \vec{p}$ si conserva;
2. $\vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt} \Rightarrow m\vec{a}$;
3. $\forall \vec{F}, \exists -\vec{F}$ in un sistema isolato.

Momento d'inerzia In un corpo esteso che ruota attorno ad un asse, sia

$$I = \int r^2 dm$$

il *momento d'inerzia* (dove r è la distanza della massa dm dall'asse di rotazione).

Alcuni valori del momento d'inerzia di corpi con massa m rispetto un asse passante per il centro di massa:

Forma	Asse	Variabili	Momento d'inerzia
Cilindro anulare	asse centrale	raggi R_1, R_2	$\frac{1}{2}m(R_1^2 + R_2^2)$
Barra sottile	perpendicolare	lunghezza L	$\frac{1}{12}mL^2$
Sfera piena	diametro	raggio R	$\frac{2}{5}mR^2$
Sfera cava	diametro	raggio R	$\frac{2}{3}mR^2$
Anello	diametro	raggio R	$\frac{1}{2}mR^2$
Lastra	perpendicolare	dimensioni a, b	$\frac{1}{12}m(a^2 + b^2)$

Teorema degli assi paralleli

$$I = I_{cdm} + mh^2$$

dove I è rispetto un asse con distanza h da quello (parallelo) attraverso il centro di massa.

Dinamica del corpo esteso In un moto rotatorio, sia \vec{r} il vettore del centro di massa del corpo dal centro di rotazione:

definizione di *momento angolare*

$$\vec{l} = \vec{r} \times \vec{p};$$

definizione di *momento*

$$\vec{\tau} = \frac{d\vec{l}}{dt}.$$

Da cui, vale:

$$l = I\omega, \quad \tau = I\alpha, \quad \vec{\tau} = \vec{r} \times \vec{F}.$$

Moto di rotolamento In un moto di rotolamento, se il corpo non striscia, vale

$$v_{cdm} = \omega R, \quad a_{cdm} = \alpha R.$$

1.3 Attrito

Quando un corpo è spinto su una superficie con forza F_N normale ad essa è soggetto ad attrito:

definizione di *attrito statico* (quando è fermo)

$$F_{A,s} \leq \mu_s F_N,$$

definizione di *attrito dinamico* (quando in movimento)

$$F_{A,d} = \mu_d F_N,$$

e la forza si oppone al moto; inoltre si ha (sperimentalmente) $\mu_s > \mu_d$.

Quando un corpo si muove in un fluido di densità ρ , con velocità di modulo v e ha area S di sezione ortogonale rispetto il vettore \vec{v} subisce una forza di *attrito viscoso* di intensità

$$F_{A,v} = \frac{1}{2} C \rho S v^2$$

diretta in opposizione a \vec{v} , dove C è un coefficiente che dipende dalla forma dell'oggetto.

1.4 Lavoro

Una forza \vec{F} applicata su di un corpo che si sposta lungo un cammino c nello spazio compie lavoro su questo corpo:

definizione di *lavoro*

$$L = \int_c \vec{F} \cdot d\vec{c}.$$

Definizione di *potenza*

$$P = \frac{dL}{dt}.$$

Campi conservativi. Supponiamo che ad ogni punto dello spazio venga associato un vettore forza \vec{F} . I seguenti fatti sono equivalenti:

$$\oint_c \vec{F} \cdot d\vec{c} = 0 \quad \forall c,$$

$$\exists U_{(F)} : \vec{F} = -\nabla U_{(F)}.$$

U è detto *potenziale* di F .

Energia potenziale e meccanica Supponiamo che un corpo sia soggetto solo ad una forza conservativa: allora vale che

$$L_F + \Delta U_F = 0.$$

Definizione di *energia cinetica*:

$$K = \frac{1}{2} m v^2;$$

definizione di *energia meccanica*:

$$E_{mec} = K + U;$$

Conservazione dell'energia meccanica Se in un sistema chiuso agiscono solo forze conservative, E_{mec} è costante nel tempo.

1.5 Gravità

Legge di gravitazione universale di Newton Supponiamo che 2 masse m_1, m_2 si trovino a distanza d . Saranno entrambe soggette ad una forza attrattiva che vale

$$F = G \frac{m_1 m_2}{d^2}.$$

1.6 Fluidi

Definizione di *densità*

$$\rho = \frac{dm}{dV}$$

con dV il volume occupato dalla massa dm .

Definizione di *pressione*

$$p = \frac{dF}{dS}$$

con dF la componente perpendicolare alla superficie dS di una forza.

Principio di Pascal Un fluido in un recipiente esercita la stessa pressione in ogni punto del contenitore (in assenza di gravità).

Legge di Stevino

$$\Delta p = \rho g \Delta h,$$

dove h è l'altezza del fluido e g l'accelerazione di gravità.

Fluido ideale Definizione di fluido ideale:

- laminare: particelle su una lamina si muovono sulla lamina;
- incompressibile: stessa densità in ogni punto;
- non viscoso: le lamine non sono soggette ad attrito quando si muovono una sull'altra;
- irrotazionale: le particelle mantengono sempre lo stesso orientamento.

In un condotto, sia S l'area di sezione, valgono la conservazione della portata

$$\frac{dV}{dt} = Sv = \text{costante}$$

e le legge di Bernulli (conservazione dell'energia)

$$p + \frac{1}{2}\rho v^2 + \rho gh = \text{costante}.$$

1.7 Oscillazioni

Legge di Hooke Definizione di forza elastica:

$$\vec{F} = -k\vec{x},$$

dove k è detto *coefficiente elastico*. Il moto armonico conseguente è:

$$x = x_m \cos(\omega t + \phi),$$

dove $\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$ è detta *pulsazione*, x_m *ampiezza* e ϕ *fase*.

Pendolo di torsione

$$\tau = -k\theta,$$

da cui consegue una legge simile.

Forza elastica smorzata

$$\vec{F} = -k\vec{x} - b\vec{v},$$

dove b è il coefficiente di smorzatura (che vale per bassi valori di v).

2 Onde

Un'onda è una trasmissione di energia attraverso un mezzo.

L'equazione di un'onda in generale è uno spostamento nella dimensione y in funzione della posizione spaziale x e tempo t . In generale è

$$y(x, t) = y_m \sin(kx - \omega t + \phi),$$

per opportune scelte delle variabili y_m (detta *ampiezza* dell'onda), k , ω e ϕ (detta *fase* dell'onda).

Definizione di *periodo* dell'onda:

$$T = \frac{2\pi}{\omega},$$

definizione di *frequenza* dell'onda:

$$\nu = \frac{1}{T},$$

definizione di *velocità* dell'onda:

$$v = \frac{\omega}{k},$$

definizione di *lunghezza* dell'onda:

$$\lambda = \frac{v}{\nu}.$$

In un'onda, la frequenza dipende solo dalla sorgente; la velocità solo dal mezzo attraverso cui si propaga.

Principio di sovrapposizione di onde Se 2 onde si trovano nello stesso punto nello stesso istante, la y risultante sarà data dalla somma delle y di ciascuna.

Onda stazionaria È la sovrapposizione di 2 onde con velocità opposte e stesso periodo. A meno della fase, l'equazione in generale è

$$y(x, t) = 2y_m \sin kx \cos \omega t.$$

Onde notevoli Onda lungo una corda. Sia τ la tensione della corda: definizione di *densità lineare*:

$$\mu = \frac{dm}{dl},$$

equazione d'onda:

$$\frac{d^2y}{dx^2} = \frac{\mu}{\tau} \frac{d^2y}{dt^2};$$

allora la velocità vale

$$v = \sqrt{\frac{\tau}{\mu}}.$$

Onda di pressione (come le onde sonore):

$$\Delta p(x, t) = \Delta p_m \sin(kx - \omega t);$$

detta s_m il massimo scostamento della particella dell'aria dalla situazione d'equilibrio e ρ la densità del mezzo, vale che

$$\Delta p_m = (v\rho\omega)s_m.$$

Definizione di *intensità* dell'onda:

$$I = \frac{P}{A} = \frac{1}{2}\rho v\omega^2 s_m^2.$$

Effetto Doppler Supponiamo che la sorgente di un'onda (a frequenza ν) e l'osservatore siano in movimento a velocità costante lungo una retta a velocità v_s e v_o rispettivamente (consideriamo positivo il verso da osservatore a sorgente), la frequenza percepita dall'osservatore è

$$\nu' = \nu \frac{v + v_o}{v + v_s},$$

dove v è la velocità di propagazione dell'onda nel mezzo.

Versione relativistica dell'effetto Doppler: supponiamo che un'onda che si propa-ghi con velocità c vada da una sorgente ad un osservatore, i quali si allontanano reciprocamente a velocità costante v ; allora la frequenza percepita dall'osservatore è

$$\nu' = \nu \sqrt{\frac{1 - \beta}{1 + \beta}},$$

dove $\beta = v/c$.

Riflessione Supponiamo che un'onda incida su un corpo o su un altro mezzo con angolo θ rispetto la normale dal punto d'incidenza. Allora (almeno) parte di essa verrà riflessa su una direzione simmetrica rispetto quella di provenienza rispetto la normale (angolo di riflessione $\theta' = \theta$).

Se il corpo o il mezzo in cui incide ha densità maggiore di quello di provenienza, l'onda riflessa subisce un cambiamento di fase: $\Delta\phi = \pi$.

Rifrazione Supponiamo che un'onda (elettromagnetica) che viaggia a velocità v cambi mezzo incidendo su quello nuovo con angolo θ e propagandosi a velocità v' . L'angolo di rifrazione θ' soddisfa:

$$\frac{\sin \theta}{v} = \frac{\sin \theta'}{v'}.$$

Inoltre viene definito indice di rifrazione di un mezzo, dove l'onda si propaga a velocità v ,

$$n = \frac{c}{v}.$$

Supponiamo che un'onda passi da un mezzo più denso (n maggiore) ad un meno denso. Esisterà un angolo di incidenza θ_l tale che $\theta'_l = \pi/2$: tale angolo è detto angolo limite. Se $\theta > \theta_l$, non avviene effetto di rifrazione, ma solo di riflessione.

Interferenza È un effetto del principio di sovrapposizione delle onde.

Supponiamo che 2 onde provenienti da 2 sorgenti in fase si sovrappongano in un punto P . Sia ΔL la differenza dei cammini dalle sorgenti al punto P delle 2 onde, sia $\Delta\phi$ la differenza di fase delle onde in P , sia λ la lunghezza delle onde. Allora vale

$$\frac{\Delta\phi}{2\pi} = \frac{\Delta L}{\lambda} = k,$$

con k un reale opportuno. Se k è un numero intero si ha interferenza completamente costruttiva, se k è un multiplo dispari di $1/2$ si ha interferenza completamente distruttiva.

2.1 Specchi e lenti

Sia p la distanza tra un punto (oggetto) e l'elemento ottico (specchio o lente), sia i la distanza tra l'immagine del punto e l'elemento ottico.

Definizione di *fattore di ingrandimento*:

$$m = -\frac{i}{p}.$$

In uno specchio piano vale:

$$i = -p.$$

In uno specchio sferico di raggio r , sia $f = \frac{1}{2}r$ la *distanza focale*. In una lente sottile di raggi di curvatura r_1, r_2 e composta da un materiale di indice di rifrazione n rispetto quello del mezzo dove è immerso, sia f tale che

$$\frac{1}{f} = (n - 1) \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right).$$

Legge dei punti coniugati

$$\frac{1}{p} + \frac{1}{i} = \frac{1}{f}$$

Convenzioni sui segni Un'immagine viene detta reale se ottenuta dalla convergenza dei raggi ($i > 0$) e si può raccogliere su uno schermo, viene detta virtuale se ottenuta prolungando all'indietro i raggi ($i < 0$) e si può osservare direttamente sull'elemento ottico.

Convenzione sui segni di f : se l'elemento ottico è uno specchio concavo o una lente convergente, $f > 0$; se l'elemento ottico è uno specchio convesso o una lente divergente, $f < 0$.

3 Termodinamica

Legge zero della termodinamica L'equilibrio termico è transitivo: se 3 corpi A, B, C sono tali che A e B sono in equilibrio termico e B e C pure, allora lo sono i corpi A e C .

Dilatazione lineare Un corpo di lunghezza l soggetto a cambio di temperatura dT , subisce una dilatazione dl lungo una dimensione secondo la legge

$$dl = \alpha l dT,$$

per un opportuno α detto coefficiente di dilatazione lineare, che dipende dal materiale con cui è formato.

Cambiamento di temperatura Un corpo con *capacità termica* C che assorbe una quantità di calore Q subisce un cambiamento di temperatura ΔT secondo la legge

$$Q = C\Delta T.$$

Inoltre, in un corpo omogeneo,

$$c = \frac{C}{m}$$

è costante, dipende dal materiale e viene detto *calore specifico*.

Cambiamento di stato Un corpo di massa m per cambiare di stato necessita di una quantità di calore Q tale che

$$Q = \lambda m$$

dove λ dipende dal materiale e dal cambiamento di stato ed è detto *calore latente*.

3.1 Trasmissione di calore

Conduzione Se 2 corpi a differenza di temperatura ΔT sono adiacenti ad uno stesso mezzo di lunghezza l e di area di sezione S , la potenza che si trasferisce dal corpo più caldo a quello più freddo attraverso questo mezzo è

$$P = k \frac{S\Delta T}{l},$$

dove k è un coefficiente di *conducibilità termica* proprio del materiale del mezzo.

Convezione In un fluido che non è in equilibrio termico si possono formare delle correnti circolari, dette *convettive*, che lo mescolano, propagando così il calore.

Irraggiamento Un corpo a temperatura T con superficie di contatto con l'esterno S emette una potenza

$$P = \sigma \varepsilon S T^4$$

dove σ è la costante di Stefan-Boltzmann e $\varepsilon \in [0, 1]$ è un reale che indica la capacità di assorbimento ed emissione di un corpo, in particolare $\varepsilon = 1$ si ha per i corpi detti *neri*, $\varepsilon = 0$ si ha per corpi totalmente riflettenti (*bianchi*).

La potenza assorbita dall'ambiente è la stessa di quella che emetterebbe a temperatura T_{amb} .

3.2 Gas perfetti

Definizione di gas perfetto:

- è formato da molte particelle con dimensioni trascurabili rispetto al volume entro cui è confinato;
- la densità è bassa, ossia il numero di particelle per unità di volume è trascurabile;
- le particelle sono isolate dall'esterno;
- le particelle urtano solo in modo perfettamente elastico, tra loro e con il recipiente che le contiene.

Legge dei gas perfetti Sia p la pressione del gas, V il volume entro cui è confinato, T la sua temperatura assoluta, n il numero di moli, allora vale

$$pV = nRT,$$

dove R è la costante universale dei gas.

Lavoro compiuto da un gas Il *lavoro* compiuto da un gas durante una trasformazione che lo porta dal volume V_i al volume V_f è definito come

$$L = \int_{V_i}^{V_f} p dV.$$

Prima legge della termodinamica Detta dQ la quantità di calore assorbita dal gas, vale:

$$dQ = dL + dE_{int}$$

Energia interna Definizione di *energia interna* di un gas:

$$E_{int} = nC_v T,$$

dove C_v è il *calore specifico a volume costante*.

Calore specifico di un gas Detto C_p il *calore specifico a pressione costante*, vale la relazione $C_p = C_v + R$. Inoltre, il rapporto C_v/R dipende dal tipo di gas come indicato in tabella:

3/2	per i gas monoatomici
5/2	per i gas biatomici
3	per i gas poliatomici

Velocità quadratica media Sia v_{gm} la *velocità quadratica media* delle particelle e M la *massa molare* del gas, vale la seguente

$$v_{gm}^2 M = 3RT,$$

che è sostanzialmente un'equivalenza tra l'energia cinetica di traslazione e una parte dell'energia interna del gas.

Trasformazioni Alcune trasformazioni di un gas perfetto:

Nome	Definizione	Costante	Lavoro
Isobara	$dp = 0$	p	$p\Delta V$
Isocora	$dV = 0$	V	0
Isoterma	$dT = 0$	pV	$nRT \ln \frac{V_f}{V_i}$
Ciclo chiuso	$i = f$	E_{int}	Q
Adiabatica reversibile	$dQ = 0$	pV^γ	$-\Delta E_{int}$
Espansione libera	$L = 0, Q = 0$	pV	0

dove V_i e V_f sono i volumi prima e dopo la trasformazione e $\gamma = C_p/C_v$.

Entropia La variazione di entropia da uno stato i ad uno stato f è definita come segue:

$$\Delta S = \int_i^f \frac{dQ}{T}.$$

Ne segue che l'*entropia* vale

$$S = nR \ln V + nC_v \ln T$$

ed è una variabile di stato del gas (non dipende dal tipo di trasformazione).

Seconda legge della termodinamica In una trasformazione compiuta all'interno di un sistema chiuso vale

$$\Delta S \geq 0$$

e il segno di uguaglianza si ha solo per i processi reversibili.

3.3 Macchine termiche

Motore ideale È detto motore ideale un sistema composto da 2 sorgenti di calore a temperatura costante $T_1 > T_2$ e da un fluido motore che scambia calore con queste sorgenti e produce lavoro. Inoltre il fluido compie un ciclo chiuso di trasformazioni reversibili.

Detto Q_1 il calore assorbito dalla sorgente 1 e L il lavoro che produce il motore (ad ogni ciclo), è detto *rendimento* la quantità

$$\eta = \frac{|L|}{|Q_1|}.$$

Il rendimento massimo è ottenuto dalla macchina di Carnot e vale

$$\eta_{max} = 1 - \frac{T_2}{T_1}.$$

Frigorifero ideale È detto frigorifero ideale un sistema composto da 2 sorgenti di calore a temperatura costante $T_1 > T_2$ e da un fluido motore che, fornito del lavoro meccanico, sposta calore dalla sorgente 2 più fredda a quella più calda attraverso un ciclo chiuso di trasformazioni reversibili.

Detto Q_2 il calore estratto dalla sorgente 2 e L il lavoro fornito, è detto *rendimento* la quantità

$$\varepsilon = \frac{|Q_2|}{L}.$$

Il rendimento massimo è ottenuto dal frigorifero di Carnot e vale

$$\varepsilon_{max} = \frac{T_2}{T_1 - T_2}.$$

4 Elettromagnetismo

4.1 Cariche statiche

Forza elettrica (legge di Coulomb) Supponiamo che 2 cariche puntiformi q_1, q_2 si trovino nel vuoto a distanza d tra loro. Saranno entrambe soggette ad una forza

$$F = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{q_1 q_2}{d^2}$$

dove ε_0 è la costante dielettrica del vuoto. Nel caso in cui ci sia un altro materiale, il termine ε_0 dovrà essere sostituito con $\varepsilon_0 \varepsilon_r$ dove ε_r è la costante dielettrica del mezzo relativa al vuoto.

Campo elettrico Supponiamo che una carica q_0 immersa in uno spazio subisca una forza \vec{F} proporzionale a q_0 ; il *campo elettrico* è il campo vettoriale definito da

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q_0}.$$

Flusso Sia S una superficie (non necessariamente reale); definizione del *flusso* di un campo vettoriale \vec{F} attraverso S è

$$\Phi_S(\vec{F}) = \int_S \vec{F} \cdot d\vec{S}.$$

Teorema del flusso (o di Gauss) Supponiamo che il campo vettoriale \vec{F} sia generato da sorgenti puntiformi, ciascuna delle quali apporta una componente

$$d\vec{F} = \frac{dk}{r^2}$$

dove r è la distanza dalla sorgente e dk una costante. Sia S una superficie chiusa e k_{ch} la somma dei dk delle sorgenti racchiuse da S ; allora

$$\Phi_S(\vec{F}) = 4\pi k_{ch}.$$

Detta σ la *densità superficiale* di carica definita da

$$\sigma = \frac{dQ}{dS},$$

in prossimità della superficie di un conduttore in equilibrio elettrostatico il campo elettrico, diretto ortogonale alla superficie, vale

$$E = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}.$$

Potenziale elettrico La forza elettrica generata da cariche statiche su una carica di prova q_0 è un campo conservativo. Sia U l'energia potenziale, il *potenziale elettrico* è definito da

$$V = \frac{U}{q_0}.$$

4.2 Circuiti

Definizione di *corrente*:

$$i = \frac{dq}{dt},$$

definizione di *densità di corrente*:

$$J = \frac{di}{dS},$$

definizione di *resistività*:

$$\rho = \frac{E}{J},$$

definizione di *forza elettro-motrice*:

$$\mathcal{E} = \frac{dL}{dq},$$

potenza generata:

$$P = iV.$$

Un circuito elettrico (ideale) è formato da un reticolo di fili perfettamente conduttori di sezione trascurabile, dove in alcuni dei quali possono essere presenti dei componenti. I principali sono

generatore di potenziale: genera una differenza di potenziale costante V_0 ai suoi capi;

resistore: se attraversato da una corrente i , abbassa il potenziale elettrico di $V = Ri$ (prima legge di Ohm), dove R è detta *resistenza*;

condensatore: se ai suoi capi la differenza di potenziale è V , sulle sue 2 armature è presente una carica $q = CV$ dove C è una costante, detta *capacità* del condensatore.

Un filo conduttore reale di lunghezza l e area di sezione S è dotato di resistenza non nulla che vale (seconda legge di Ohm)

$$R = \rho \frac{l}{S},$$

dove ρ è la resistività elettrica del materiale di cui è costituito.

La resistività elettrica dipende dal materiale e dalla temperatura, in modo lineare, cioè:

$$\Delta\rho = \rho_0\alpha\Delta T$$

dove α è detto coefficiente termico di resistività, la differenza di temperatura è calcolata rispetto una certa T_0 di riferimento e la differenza di resistività rispetto ρ_0 che è quella a temperatura T_0 .

Un generatore di potenziale reale contiene un generatore ideale e una resistenza interna R_0 non trascurabile.

In un condensatore piano e carico, il campo elettrico che si forma tra le armature è costante e quello altrove è trascurabile. Se la distanza tra le armature è d , la superficie di ciascuna S , la capacità vale

$$C = \varepsilon_0 \frac{S}{d}.$$

Prima legge di Kirchhoff (dei nodi) In ogni punto di un circuito (detto nodo), la somma delle correnti (entranti ed uscenti) è nulla. È la legge di conservazione della carica.

Seconda legge di Kirchhoff (delle maglie) In ogni cammino chiuso lungo il circuito (detto maglia), la somma delle differenze di potenziale è nulla. È la legge di conservazione dell'energia.

4.3 Magnetismo

Legge di Lorentz Il campo magnetico \vec{B} è un campo vettoriale che imprime una forza \vec{F} ad una particella di carica q che si muove di velocità \vec{v} secondo la relazione

$$\vec{F} = q\vec{v} \times \vec{B}.$$

Variante applicata ad un filo attraversato da corrente i :

$$\vec{F} = i\vec{L} \times \vec{B},$$

dove \vec{L} è un vettore orientato lungo il filo, nel verso della corrente, di modulo la lunghezza del filo.

Legge di Biot-Savart Un tratto $d\vec{s}$ di un filo percorso dalla corrente i genera un campo magnetico che a distanza \vec{r} dal tratto vale

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{id\vec{s} \times \vec{r}}{r^3},$$

dove μ_0 è la permeabilità magnetica del vuoto. Nel caso in cui ci sia un altro materiale, il termine μ_0 dovrà essere sostituito con $\mu_0\mu_r$ dove μ_r è la costante di permeabilità magnetica del materiale relativa al vuoto.

Legge di Ampère (circuitazione del campo magnetico) Sia c un cammino chiuso nello spazio e i_{ch} la corrente che passa attraverso una superficie delimitata da c . Allora si ha che

$$\oint_c \vec{B} \cdot d\vec{c} = \mu_0 i_{ch}.$$

Due conduttori paralleli percorsi da correnti i_a e i_b posti a distanza d esercitano una forza l'uno sull'altro. Detta F la forza esercitata su un tratto lungo l , vale che

$$F = \frac{\mu_0 i_a i_b l}{2\pi d}.$$

4.4 Induzione elettromagnetica

Legge di induzione di Faraday Sia S una superficie racchiusa da una spira di un filo conduttore attraverso cui esiste un campo magnetico. Nella spira viene indotta una forza elettro-motrice secondo

$$\mathcal{E} = -\frac{d\Phi_S(\vec{B})}{dt}.$$

Definizione di *induttanza* di una spira:

$$L = \frac{\Phi_S(\vec{B})}{i}.$$

Induttore Un induttore è un elemento di circuito dotato di induttanza L . Un induttore solenoidale lungo l , con area di sezione S con N spire è tale che

$$\frac{L}{l} = \mu_0 \left(\frac{N}{l}\right)^2 S.$$

Autoinduzione Una variazione di corrente in un induttore autoinduce nel circuito una forza elettro-motrice che vale

$$\mathcal{E}_L = -L \frac{di}{dt}.$$

Mutua induzione 2 induttori posti in vicinanza inducono una forza elettro-motrice ciascuno sul circuito dell'altro

$$\mathcal{E}_1 = -M \frac{di_2}{dt} \quad \mathcal{E}_2 = -M \frac{di_1}{dt},$$

dove M è il coefficiente di mutua induzione.

Circuito RLC In un circuito composto da un resistore con resistenza R , un induttore di induttanza L e un condensatore di capacità C , detta q la carica su quest'ultimo, si ha che

$$L \frac{d^2q}{dt^2} + R \frac{dq}{dt} + \frac{q}{C} = 0.$$

Densità di energia Supponiamo che in uno spazio sia presente un campo elettrico \vec{E} e un campo magnetico \vec{B} . La densità di energia elettromagnetica vale

$$\frac{dU}{dV} = \frac{1}{2} \varepsilon_0 E^2 + \frac{1}{2} \frac{B^2}{\mu_0}.$$

4.5 Leggi di Maxwell

Nell'ipotesi di assenza di materiali dielettrici o magnetici, valgono le seguenti relazioni:

1. Legge di Gauss per il campo elettrico

$$\Phi_S(\vec{E}) = \frac{q_{ch}}{\varepsilon_0}$$

2. Legge di Gauss per il campo magnetico

$$\Phi_S(\vec{B}) = 0$$

3. Legge dell'induzione di Faraday

$$\oint_c \vec{E} \cdot d\vec{c} = -\frac{d\Phi_S(\vec{B})}{dt}$$

4. Legge di Ampère-Maxwell

$$\oint_c \vec{B} \cdot d\vec{c} = \mu_0 i_{ch} + \mu_0 \varepsilon_0 \frac{d\Phi_S(\vec{E})}{dt}$$

Inoltre, sia c la velocità di un'onda elettromagnetica nel vuoto; vale la seguente relazione:

$$c = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0 \mu_0}}.$$

Riferimenti bibliografici

- [1] Hallyday; Resnick; Walker. *Meccanica, Onde, Termologia, Elettromagnetismo*. Zanichelli.
- [2] G. Flora. *Un corso di relatività per liceo scientifico*