

Nome e cognome: _____

Classe: _____

Liceo Scientifico "A. Vallisneri"
Prova scritta di matematica

Esercizio 1 (15 punti). Si consideri il triangolo individuato dalle rette di equazione

$$x - y - 1 = 0, \quad x = 0, \quad \text{e} \quad 2x + y - 5 = 0.$$

- (a) Determinare le coordinate dei tre vertici del triangolo.
- (b) Calcolare il perimetro e l'area del triangolo.
- (c) Determinare le coordinate del baricentro G del triangolo.
- (d) Verificare che il baricentro G divide ciascuna mediana in due parti, di cui quella a cui appartiene il vertice è doppia dell'altra.

Esercizio 2 (20 punti). Sia $ABCD$ un rettangolo. È noto che $A = (-1, 2)$, che il lato AB è contenuto in una retta parallela alla retta di equazione $y = -x$ e che il centro del rettangolo è il punto $O = (2, 1)$.

- (a) Determinare le coordinate di tutti i vertici del rettangolo.
- (b) Determinare le coordinate del centro e il raggio della circonferenza circoscritta al rettangolo. Ricavare l'equazione della circonferenza circoscritta al rettangolo.
- (c) Dimostrare per via analitica che l'asse di AB è anche asse di CD e passa dal centro del rettangolo.

Esercizio 3 (15 punti). Si consideri la famiglia di rette r_k , con $k \in \mathbb{R}$, di equazione

$$(k + 2)x - ky + 2k - 1 = 0.$$

Determinare per quali valori di k la retta r_k soddisfa le seguenti condizioni:

- (a) è parallela all'asse x ;
- (b) è parallela all'asse y ;
- (c) passa dal punto $(1, 1)$;
- (d) è perpendicolare alla bisettrice del primo e terzo quadrante;
- (e) forma con il semiasse positivo delle x un angolo ottuso.

Esercizio 4 (5 punti). Si considerino due rette non verticali r e r' , di equazioni rispettivamente $ax + by + c = 0$ e $a'x + b'y + c' = 0$, con $a, b, c, a', b', c' \in \mathbb{R}$, a e b non entrambi nulli, a' e b' non entrambi nulli. Dimostrare che

$$r \parallel r' \Leftrightarrow ab' - a'b = 0 \quad \text{e} \quad r \perp r' \Leftrightarrow aa' + bb' = 0.$$

Esercizio 5 (10 punti). Tra tutte le rette che passano dall'origine si individuino quelle che distano 1 dal punto di coordinate $(0, 2)$.

Esercizio 6 (10 punti). Descrivere la regione costituita dai punti del piano che soddisfano il seguente sistema di disequazioni in due variabili:

$$\begin{cases} 0 \leq x \leq 2 \\ 2x + y - 1 \leq 0 \\ 2x + y + 1 \geq 0 \end{cases} .$$

Esercizio 7 (5 punti). Vero o falso? Una risposta senza giustificazione non è una risposta.

- (a) Siano A, B e C tre punti allineati. Se r è la retta che passa da A e da B allora le coordinate di C ne soddisfano l'equazione.
- (b) La regione di piano individuata dalla disequazione $|x| \geq 2$ è una striscia illimitata chiusa.
- (c) Il luogo geometrico dei punti che soddisfano l'equazione $2x^2 - xy + x = 0$ è una coppia di rette incidenti.

Es. 1	Es. 2	Es. 3	Es. 4	Es. 5	Es. 6	Es. 7

Voto: _____