

Nome e cognome: _____

Classe: _____

Liceo Scientifico "A. Vallisneri"
Prova scritta di matematica

Esercizio 1 (30 punti). Si considerino la parabola \mathcal{P} che passa dai punti $A = (-2, 0)$, $B = (1, 0)$ e $C = (2, 4)$ e la retta r di equazione $y = x$.

- Scrivere l'equazione di \mathcal{P} e tracciare il suo grafico, dopo averne determinato gli elementi caratteristici.
- Determinare le coordinate dei punti Q e R di intersezione tra \mathcal{P} e r .
- Sull'arco di parabola QR determinare il punto P tale che l'area del triangolo PQR sia massima.
- Determinare l'equazione della retta t parallela a r e tangente a \mathcal{P} . Calcolare inoltre le coordinate del punto di tangenza.
- Spiegare perché il punto determinato alla domanda (d) è proprio quello che rende massima l'area del triangolo PQR .

Esercizio 2 (25 punti). Si considerino tre circonferenze \mathcal{C}_1 , \mathcal{C}_2 e \mathcal{C}_3 di raggio $r = 2$. Le circonferenze \mathcal{C}_1 e \mathcal{C}_2 sono tangenti nell'origine degli assi O , mentre la circonferenza \mathcal{C}_3 ha il centro sul semiasse positivo delle ordinate ed è tangente esternamente a \mathcal{C}_1 e \mathcal{C}_2 .

- Determinare l'equazione di \mathcal{C}_1 e \mathcal{C}_2 .
- Determinare l'equazione di \mathcal{C}_3 .
- Siano T e S i punti di tangenza tra \mathcal{C}_3 e le altre due circonferenze. Calcolare l'area del triangolo curvilineo OTS .

Esercizio 3 (15 punti). Si considerino i punti $A = (-1, 0)$ e $B = (3, 2)$.

- Determinare l'equazione della circonferenza di diametro AB .
- Scrivere l'equazione della parabola con asse parallelo all'asse x , che passa da A e B e che è tangente alla retta parallela ad AB che passa dall'origine.
- Determinare i punti in comune tra la parabola e la circonferenza, specificando se si tratta di punti di tangenza.

Esercizio 4 (10 punti). Discutere per via grafica il numero di soluzioni della seguente famiglia di equazioni, dove $k \in \mathbb{R}$:

$$\sqrt{3 + 2x - x^2} = \frac{1}{2}x + k.$$

Es. 1	Es. 2	Es. 3	Es. 4

Voto: _____