

Nome e cognome: _____

Classe: _____

Liceo Scientifico "A. Vallisneri"
Prova scritta di matematica

Esercizio 1 (20 punti). Sono dati i punti $F_1 = (-2, 0)$, $F_2 = (2, 0)$ e $A = (0, 4)$.

- Scrivere l'equazione dell'ellisse \mathcal{E} che ha un vertice in A e come fuochi F_1 e F_2 . Tracciare poi il grafico di \mathcal{E} .
- Scrivere l'equazione della parabola \mathcal{P} con asse verticale e che passa da A , F_1 e F_2 . Tracciare poi il grafico di \mathcal{P} .
- Calcolare l'area del triangolo che ha per vertici i punti di intersezione fra \mathcal{E} e \mathcal{P} .
- Determinare l'equazione della circonferenza inscritta nel segmento parabolico limitato dalla parabola \mathcal{P} e dall'asse x .

Esercizio 2 (20 punti). Sia ABC un triangolo rettangolo con i cateti AB e AC che misurano rispettivamente ℓ e $\ell\sqrt{3}$, con $\ell > 0$. Sia P un punto dell'ipotenusa e siano H e K le proiezioni di P rispettivamente su AB e AC .

- Si scelga la distanza di P da B come variabile. Esprimere la lunghezza di KH in funzione di tale variabile.
- Fissato $\ell = 4$, tracciare il grafico della funzione ottenuta al punto precedente, mettendo in evidenza il tratto relativo al problema.
- Determinare la posizione del punto P che rende minima la lunghezza del segmento KH e quanto vale tale minima lunghezza.

Esercizio 3 (10 punti). Si consideri la famiglia di funzioni definite da

$$y = \frac{(k^2 - 4)x - 2k}{2x + k}, \quad \text{con } k \in \mathbb{R}.$$

- Studiare il tipo di curve della famiglia al variare di k .
- Dare l'equazione cartesiana del luogo dei centri delle iperboli che appartengono alla famiglia e tracciarne il grafico.
- Per $k = 2$, determinare centro, asintoti e vertici dell'iperbole e tracciarne il grafico.

Esercizio 4 (10 punti). Discutere per via grafica il numero di soluzioni della seguente famiglia di equazioni, dove $k \in \mathbb{R}$:

$$-3\sqrt{2x - x^2} = kx - 4.$$

Es. 1	Es. 2	Es. 3	Es. 4

Voto: _____