

Test di matematica

Nome e cognome: _____

[20 pt] Domande a scelta multipla (con giustificazione)

Assegnazione del punteggio. Se la risposta è corretta vengono assegnati 2.5 pt; in caso di risposta errata vengono sottratti 0.5 pt; in caso di risposta non data vengono attribuiti 0 pt. Per la giustificazione corretta della risposta vengono attribuiti 2.5 pt.

Sia $f : [-1, 1] \rightarrow \mathbb{R}$ una funzione tale che $f(-1) > 0$ e $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = -3$.

MC1. Per quanto riguarda l'esistenza di uno zero di f nell'intervallo $(-1, 1)$:

- è necessario che f sia continua
- sicuramente esiste
- è sufficiente che f sia continua
- sicuramente non esiste

MC2. Scegliere l'affermazione corretta:

- $f(1) = -3$
- f ammette massimo e minimo globale su $[-1, 1]$
- f non ammette né massimo né minimo globali su $[-1, 1]$
- $f(1) = -3$ se f è continua nel suo dominio

Si consideri la funzione g definita da

$$g(x) = \begin{cases} \frac{\ln x}{x-e} & \text{se } x > 0 \\ \frac{\sin x}{x-1} & \text{se } x < 0 \end{cases} .$$

MC3. Qual è il dominio di g ?

- $\mathbb{R} \setminus \{1, 0, e\}$
- $\mathbb{R} \setminus \{0, e\}$
- $\mathbb{R} \setminus \{1, e\}$
- $\mathbb{R} \setminus \{0\}$

MC4. Scegliere l'affermazione corretta:

- g non è continua in $x = 0$
- g ha una discontinuità di seconda specie in $x = e$
- g ha una singolarità di seconda specie in $x = 0$
- g è prolungabile con continuità in $x = 0$

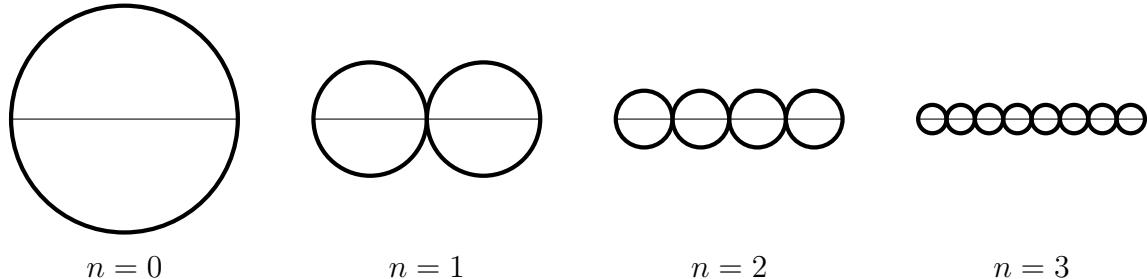
Quesiti

[20 pt] Q1. Dare l'enunciato e una dimostrazione dei seguenti teoremi:

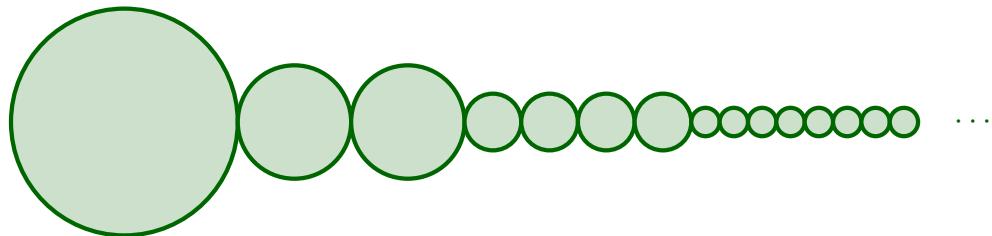
- teorema di esistenza degli zeri;
- teorema della permanenza del segno, nel caso di limite uguale a $+\infty$.

[5 pt]

Q2. Si consideri un segmento di lato 1 su cui, al passo $n = 0$, viene costruita una circonferenza che ha tale segmento per diametro. Al passo successivo, il diametro viene diviso in due segmenti congruenti e su ciascuno di essi viene costruita una circonferenza. La costruzione viene ripetuta su ogni diametro presente al passo precedente. Siano c_n il numero di circonferenze presenti al passo n e r_n il raggio di ciascuna circonferenza presente al passo n .



- (a) Determinare le espressioni esplicite delle successioni $(c_n)_{n \geq 0}$ e $(r_n)_{n \geq 0}$.
(b) Si dispongono una di seguito all'altra tutte le infinite figure, come mostrato sotto. Calcolare l'area complessiva della figura così ottenuta.



MC	Q1	Q2

Voto: _____

Test di matematica

Nome e cognome: _____

[20 pt] Domande a scelta multipla (con giustificazione)

Assegnazione del punteggio. Se la risposta è corretta vengono assegnati 2.5 pt; in caso di risposta errata vengono sottratti 0.5 pt; in caso di risposta non data vengono attribuiti 0 pt. Per la giustificazione corretta della risposta vengono attribuiti 2.5 pt.

Sia $f : [-1, 1] \rightarrow \mathbb{R}$ una funzione tale che $f(1) < 0$ e $\lim_{x \rightarrow -1^+} f(x) = 3$.

MC1. Scegliere l'affermazione corretta:

- f non ammette né massimo né minimo globali su $[-1, 1]$
- $f(-1) = 3$ se f è continua nel suo dominio
- f ammette massimo e minimo globale su $[-1, 1]$
- $f(-1) = 3$

MC2. Per quanto riguarda l'esistenza di uno zero di f nell'intervallo $(-1, 1)$:

- sicuramente esiste
- è sufficiente che f sia continua
- sicuramente non esiste
- è necessario che f sia continua

Si consideri la funzione g definita da

$$g(x) = \begin{cases} \frac{\ln x}{x-2} & \text{se } x > 0 \\ \frac{\sin x}{x-\pi} & \text{se } x < 0 \end{cases} .$$

MC3. Qual è il dominio di g ?

- $\mathbb{R} \setminus \{0\}$
- $\mathbb{R} \setminus \{0, 2\}$
- $\mathbb{R} \setminus \{\pi, 2\}$
- $\mathbb{R} \setminus \{\pi, 0, 2\}$

MC4. Scegliere l'affermazione corretta:

- g ha una discontinuità di seconda specie in $x = 2$
- g non è continua in $x = 0$
- g ha una singolarità di seconda specie in $x = 0$
- g è prolungabile con continuità in $x = 0$

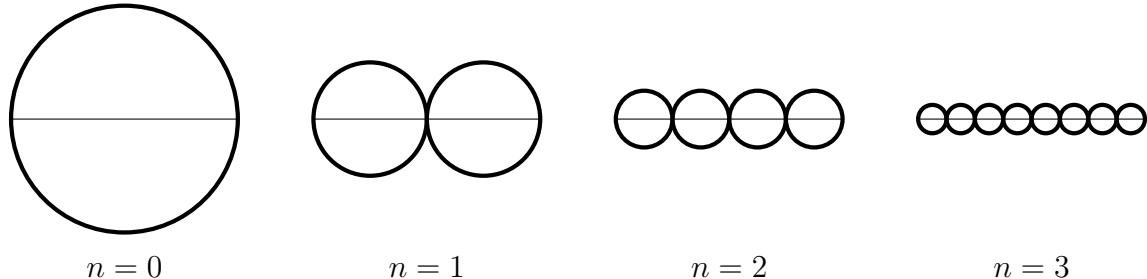
Quesiti

[20 pt] Q1. Dare l'enunciato e una dimostrazione dei seguenti teoremi:

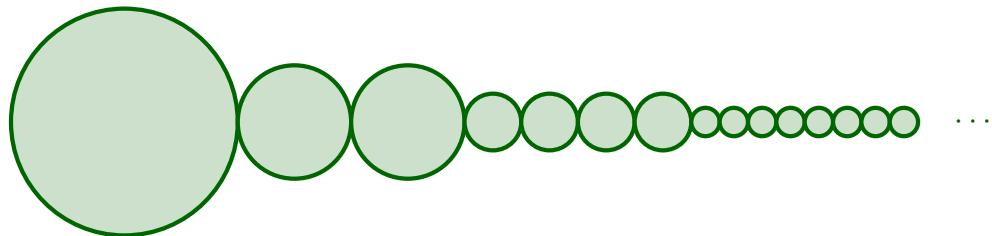
- teorema di esistenza degli zeri;
- teorema della permanenza del segno, nel caso di limite uguale a $-\infty$.

[5 pt]

Q2. Si consideri un segmento di lato 1 su cui, al passo $n = 0$, viene costruita una circonferenza che ha tale segmento per diametro. Al passo successivo, il diametro viene diviso in due segmenti congruenti e su ciascuno di essi viene costruita una circonferenza. La costruzione viene ripetuta su ogni diametro presente al passo precedente. Siano c_n il numero di circonferenze presenti al passo n e r_n il raggio di ciascuna circonferenza presente al passo n .



- (a) Determinare le espressioni esplicite delle successioni $(c_n)_{n \geq 0}$ e $(r_n)_{n \geq 0}$.
(b) Si dispongono una di seguito all'altra tutte le infinite figure, come mostrato sotto. Calcolare l'area complessiva della figura così ottenuta.



MC	Q1	Q2

Voto: _____