

Prova scritta di matematica

Nome e cognome: _____

Istruzioni per la consegna

- Presentare con chiarezza la strategia risolutiva adottata, indicando i teoremi e le proprietà utilizzati e motivando ogni passaggio del ragionamento.
- Utilizzare un linguaggio matematico corretto e coerente, rispettando il formalismo e la simbologia propri della disciplina.
- Esporre il procedimento risolutivo in modo ordinato e preciso.

[15 pt] Esercizio 1. Si considerino il punto $P = (0, 1)$ e la retta r di equazione $y = x$.

- (a) Calcolare la distanza di P da r .
- (b) Tra tutte le rette s che passano da P , determinare quelle tali che r , s , e la simmetrica di s rispetto all'asse delle ordinate formano un triangolo di area 1.

[5 pt] Esercizio 2. Si considerino un punto $C = (x_C, y_C)$ e un vettore $\vec{v} = a\hat{x} + b\hat{y}$. Siano σ la simmetria centrale di centro C e τ la traslazione di vettore $\vec{v}$.

- (a) Dimostrare che la composizione $\tau \circ \sigma$ è ancora una simmetria centrale.
- (b) Individuare il centro della simmetria $\tau \circ \sigma$.

[15 pt] Esercizio 3. Si considerino le due parabole $\mathcal{P}$ e $\mathcal{P}'$ di equazione rispettivamente $y = x^2$ e $y = x^2 - 4x + 4$.

- (a) Rappresentare $\mathcal{P}$ e $\mathcal{P}'$ sullo stesso piano cartesiano, determinando i punti di intersezione dei loro grafici, se esistono.
- (b) Determinare un'isometria che preserva l'orientazione e che porta $\mathcal{P}$ in $\mathcal{P}'$.
- (c) Determinare un'isometria che inverte l'orientazione e che porta $\mathcal{P}$ in $\mathcal{P}'$.

[30 pt] Esercizio 4. Tracciare il grafico delle seguenti funzioni, ottenibile dal grafico di una funzione elementare applicando opportune trasformazioni:

- | | | |
|------------------------------------|---|-----------------------|
| (a) $f(x) = \sqrt[3]{1-x}$ | (c) $f(x) = 1 - \sqrt{x+1}$ | (e) $f(x) = \sin x $ |
| (b) $f(x) = \sqrt{\frac{1}{2}x+1}$ | (d) $f(x) = -3 \sin\left(\frac{\pi}{2}x\right)$ | (f) $f(x) = \sin x $ |

Per le funzioni (d), (e) e (f), dire se sono periodiche e, in caso affermativo, darne il periodo minimo.

[15 pt] Esercizio 5. Tracciare il grafico della funzione f definita da

$$f(x) = \frac{1}{x-1} - 1$$

e da questo dedurre i grafici delle funzioni

$$g_1(x) = \left| \frac{1}{x-1} - 1 \right| \quad \text{e} \quad g_2(x) = \frac{1}{|x|-1} - 1.$$

Infine, tracciare il grafico della funzione definita da

$$h(x) = \left| \frac{1}{x-1} - 1 \right| - 1.$$

Es. 1	Es. 2	Es. 3	Es. 4	Es. 5

Voto: _____