

TD Outils Mathématiques – 2025/26

Licence 1 – LAS (BST), Groupes 1 et 3

20 Novembre 2025

Exercices sur les intégrales

Exercice 1. Déterminer les réels a et b tels que

$$\frac{x+1}{x^2+2x-3} = \frac{a}{x+3} + \frac{b}{x-1},$$

puis calculer

$$\int \frac{x+1}{x^2+2x-3} dx.$$

Exercice 2. Déterminer les réels a et b tels que

$$\frac{2x+5}{x^2+5x} = \frac{a}{x} + \frac{b}{x+5},$$

puis calculer

$$\int_1^2 \frac{2x+5}{x^2+5x} dx.$$

Exercice 3. En utilisant la méthode d'intégration par parties, calculer

$$a) \int (x+2)e^x dx \quad b) \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} (1-x)\sin(x) dx \quad c) \int x^4 \ln(x) dx \quad d) \int_0^\pi \sin^2(x) dx$$

[Indication : pour d), écrire $\sin^2(x) = \sin(x) \cdot \sin(x)$ et utiliser la formule $\sin^2(x) + \cos^2(x) = 1$.]

Exercice 4. En utilisant un changement de variable approprié, calculer

$$a) \int 2x(x^2+2)^3 dx \quad b) \int_{\sqrt[3]{9}}^2 \frac{x^2}{(x^3-7)^4} dx \quad c) \int_0^{(\ln(2))^2} \frac{e^{\sqrt{x}}}{\sqrt{x}} dx$$

[Indication : pour c), utiliser $y = \sqrt{x}$ et rappeler que $\sqrt{x} = x^{\frac{1}{2}}$.]

Exercice 5. Calculer

$$\int_0^{\ln(3)} \frac{e^x}{e^{2x}-16} dx$$

en utilisant le changement de variable $y = e^x$ et la méthode de décomposition en éléments simples.