

Gara medie

Math camp 2016

1. Quanto vale la somma

$$244 + 294 + \dots + 994$$

dove ogni termine è il precedente aumentato di 50 unità?

2. Quanto vale il prodotto degli interi n compresi fra 2 e 12 tali che $(n-1)! + 1$ sia multiplo di n ? ($k!$ si legge " k fattoriale" e indica il prodotto di tutti i numeri interi compresi fra 1 e k)
3. Qual è il più grande fattore primo di 97335?
4. Quanto vale $100 + 99 - 98 - 97 + 96 + \dots - 2 - 1$? (nell'espressione i segni si alternano ogni due numeri)
5. In una scacchiera 10×10 , ogni casella contiene un numero. Gli elementi della prima riga, da sinistra verso destra, sono $0, 1, \dots, 9$ e analogamente gli elementi della prima colonna, dall'alto verso il basso, sono $0, 1, \dots, 9$. Sappiamo, inoltre, che la somma dei quattro elementi di ogni quadratino 2×2 è 34. Che numero è presente nell'ultima casella in basso a destra?
6. Le età di Gianni e di suo padre Bruno sommate danno l'età di nonno Marco. Inoltre tre anni fa nonno Marco aveva quattro volte l'età di Gianni e 27 anni fa aveva il doppio dell'età di Bruno. Dare come risposta l'età di Bruno seguita da quella di Marco.
7. Quanto vale il raggio della circonferenza inscritta ad un triangolo rettangolo di cateti 3 e 4?
8. ABC è un triangolo equilatero di lato $28350\sqrt{3}$. Costruiamo P su AB tale che $2AP = PB$ e Q su AC tale che $2AQ = QC$. Quanto misura il diametro del cerchio inscritto ad APQ ?
9. Considera il più piccolo numero di tre cifre con questa proprietà: la sua scrittura in base 9 si ottiene dalla scrittura in base 7 invertendo le cifre. Qual è il suo resto nella divisione per 27?
10. Quanti sono i numeri di cinque cifre tali che:
- Il prodotto delle ultime quattro cifre sia 60.
 - La somma delle cifre, aumentata della prima cifra sia dispari.
 - Se la prima cifra è uno, la somma delle cifre del numero sia almeno 14.

11. Trovare il numero di coppie di numeri palindromi di tre cifre la cui somma sia il numero palindromo 1221 o 1111. Ad esempio una coppia è composta dai numeri 232 e 989 perché $232 + 989 = 1221$. *Attenzione: la coppia (232, 989) e (989, 232) vanno considerate diverse*

12. Trovare il più grande intero n per cui $\binom{\lceil \frac{n}{2} \rceil - 1}{2} = 406$.

Bisogna sapere che $\binom{x}{2} = \frac{x(x-1)}{2}$. Inoltre la parte intera superiore $\lceil n \rceil$ di un numero n è il più piccolo intero maggiore o uguale di n . Ad esempio $\lceil 1.2 \rceil = 2$.

13. Consideriamo la forma a scala disegnata a lato, di cui sappiamo che $x + y = 200$ e x, y, a, b, c, d sono numeri interi. Trovare il massimo che può valere l'area della scala.
14. I numeri primi p, q, r soddisfano le relazioni $pq + pr = 104$ e $p + r = 25$. Dare come risposta il numero r seguito dal numero q .
15. Sia dato l'unico n per cui esiste almeno un numero primo p tale che

$$n = p + 2 + \frac{2}{p-1}$$

Dare come risposta a questo problema le ultime quattro cifre di n^4 .

16. Siano a, b, c numeri pari consecutivi ($a < b < c$) tali che $a^2 + b^2 + c^2 = 62216$. Determinare il valore di c .
17. Determina il più piccolo numero naturale n per cui $n^4 + n$ è multiplo di 19.
18. Trovare l'unico numero di al più tre cifre tale che:
- La somma delle sue cifre sia 14.
 - Sottraendo al numero il numero che si ottiene capovolgendo le sue cifre (es. $321 - 123$) si ottenga 198.
 - Almeno una cifra sia 0.