

# Gara a Squadre Medie

Summer Math Camp 2016

August 10, 2016

**Osservazione:** Se il risultato di qualcuno dei seguenti problemi dovesse essere una frazione, fornire come risultato la somma fra numeratore e denominatore di tale frazione ridotta ai minimi termini.

1. Qual è la somma di tutti i numeri di due cifre che sono multipli di ognuna delle loro cifre?
2. Qual è il più piccolo cubo multiplo di 96?
3. In un cubo il rapporto fra il volume e la superficie totale vale  $\frac{10}{3}$ . Quanto vale il lato del cubo?
4. Qual è il prossimo anno la cui agenda sarà la stessa del 2013?
5. Il prodotto di alcuni numeri primi *non necessariamente distinti* è 10 volte la loro somma. Quanto vale tale prodotto?
6. Si hanno a disposizione 5 cifre 1, una dietro l'altra come di seguito:

1 1 1 1 1.

Bisogna collocare 2 diversi segni di operazione, scelti fra  $+$ ,  $\times$ ,  $-$ ,  $:$ , in modo tale che il risultato dell'operazione sia il più grande possibile. Quanto vale tale risultato?

7. Sia  $ABC$  un triangolo equilatero colorato di bianco e  $O$  il suo centro. Siano  $O_A, O_B, O_C$  le proiezioni di  $O$  su  $BC, CA, AB$  rispettivamente. Gianni disegna e colora di rosso i triangoli equilateri che hanno  $OO_A, OO_B$  e  $OO_C$  come altezze e i lati relativi a queste altezze su  $BC, CA, AB$  rispettivamente. Quanto vale il rapporto fra l'area colorata di rosso e quella colorata di bianco?
8. Ognuno dei 64 vertici delle caselle di una scacchiera  $7 \times 7$  è colorato di blu o di rosso. Quante sono le colorazioni con la proprietà che ogni casella ha esattamente due vertici rossi?
9. Sappiamo che  $x_1, \dots, x_n, \dots$  è una sequenza di numeri reali tali che  $x_1 = 6561, x_2 = 1000$  e per ogni  $n \geq 2, x_n = \frac{1+x_n}{x_{n-1}}$ . Quanto vale  $x_{2015}$ ?
10. Considerare il polinomio

$$(1 + 4x^3 + 9x^6 + 16x^9 + 9x^{12} + 4x^{15} + x^{18})^3.$$

Dare come risposta il grado del monomio con il coefficiente maggiore.

11. Sia  $ABC$  un triangolo rettangolo che ha un cateto lungo 14.4. La proiezione di tale cateto sull'ipotenusa vale 8.64. Quanto vale la mediana relativa all'ipotenusa?
12. Sia  $ABCDEF$  un esagono regolare di centro  $O$  che ha area 4374. Costruiamo un nuovo esagono congiungendo i centri dei 6 triangoli  $OAB, OBC, OCD, ODE, OEF, OFA$  e, oltre a questa prima volta, ripetiamo la costruzione con il nuovo esagono ottenuto altre 4 volte. Quanto vale l'area dell'ultimo esagono?