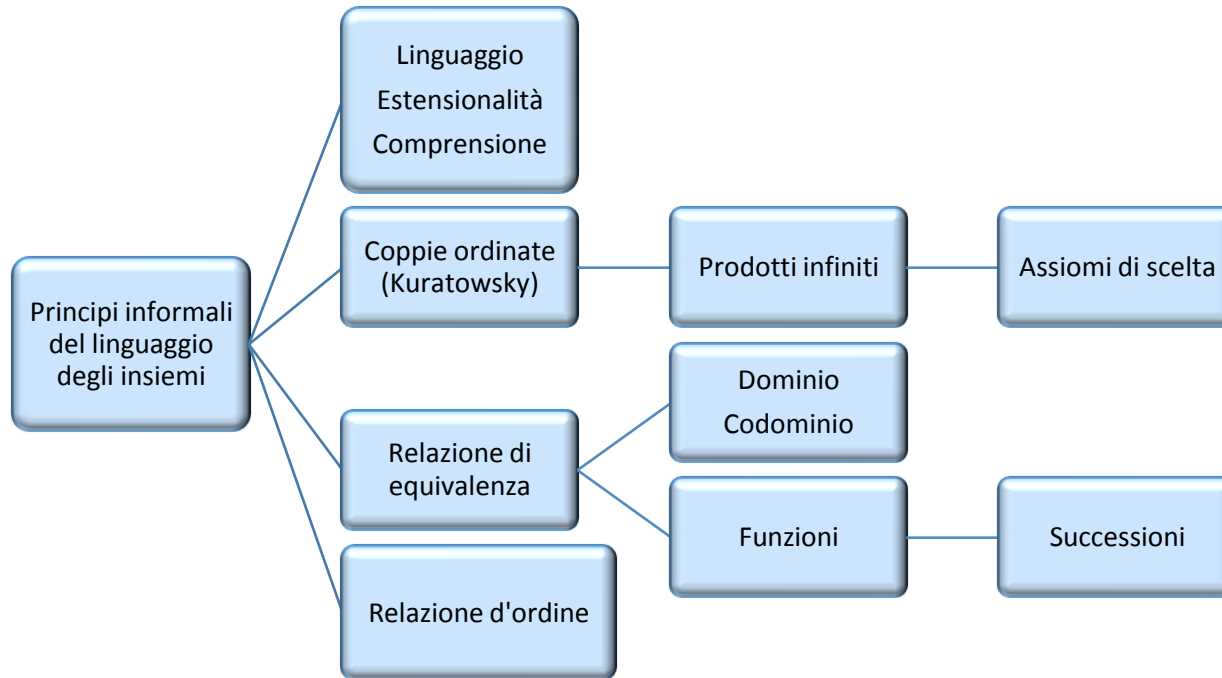
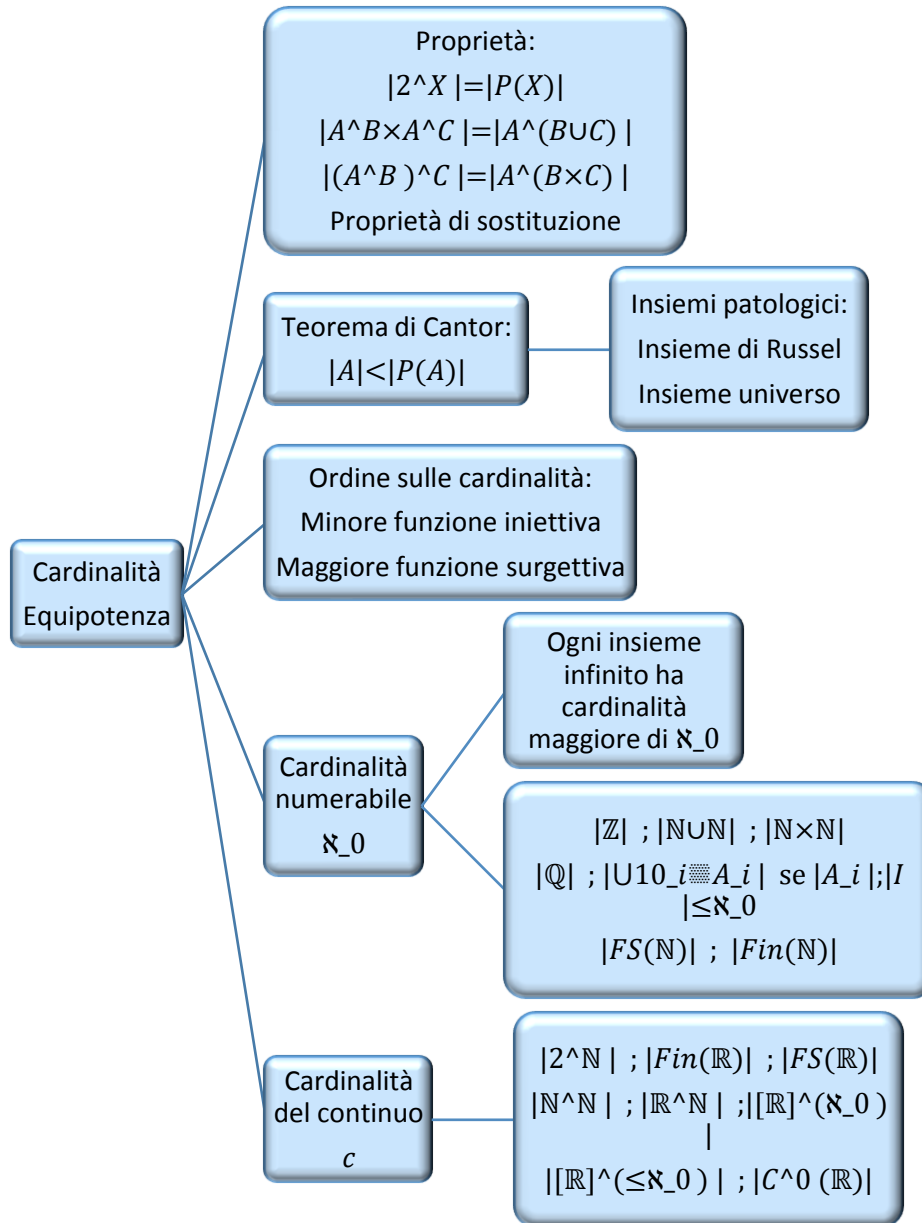
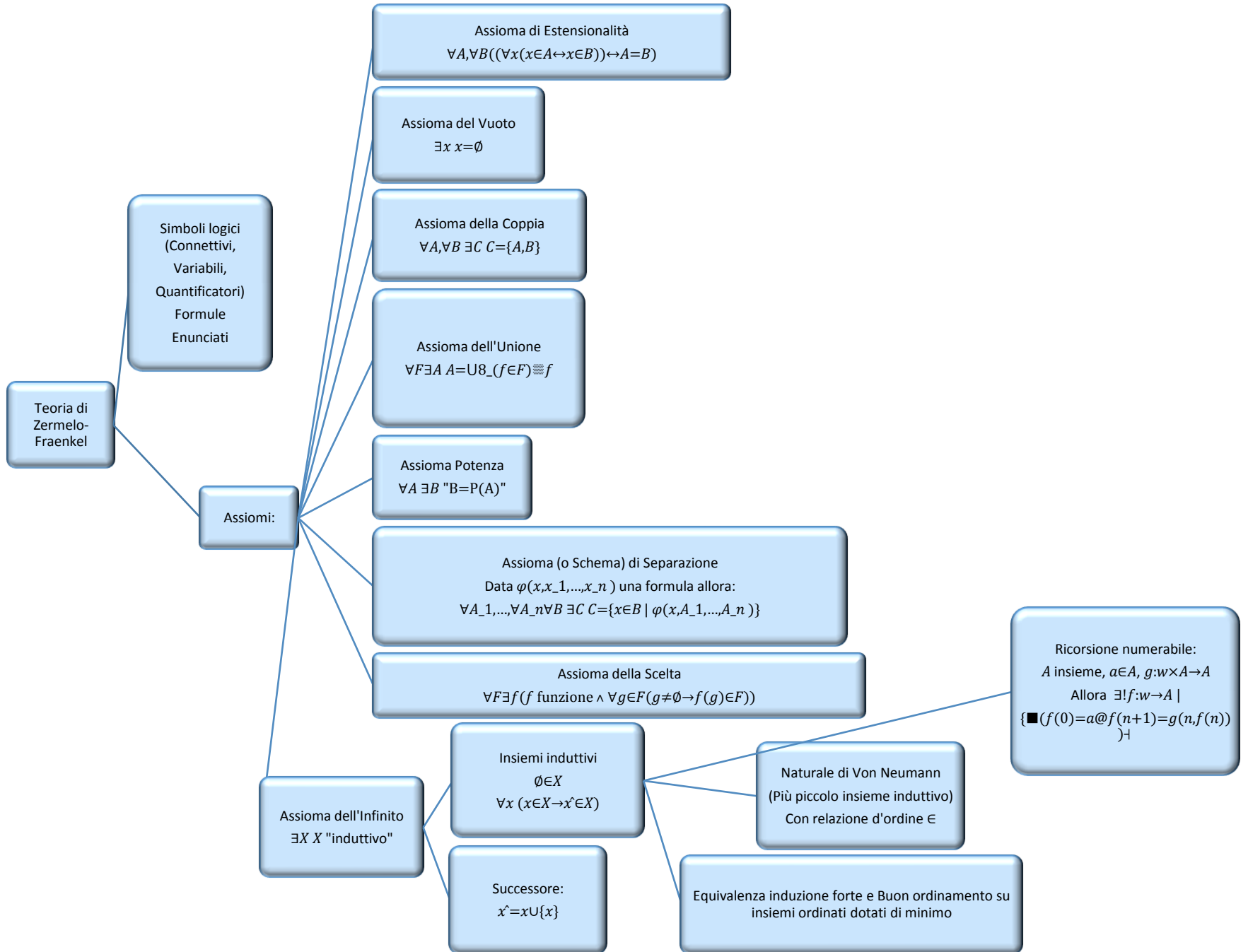


Schemi di ETI:







Assiomi di Peano:
Struttura $(\mathbb{N}, 0, S, +, \cdot)$

Assiomi:

- I numeri diversi da 0 sono successori
- La funzione successore è iniettiva
- Somma: $x+0=x$; $(x+S(y))=S(x+y)$
- Prodotto: $x \cdot 0=0$; $(x \cdot S(y))=(x \cdot y)+x$
- Principio di induzione (Del secondo o primo ordine)

Esistenza e unicità dei Naturali
I naturali rispettano gli assiomi di Peano e ogni struttura che li rispetti è isomorfa ai naturali.

\mathbb{Z}

Quoziente di $(\mathbb{N} \times \mathbb{N}) / \sim$ con

- $[(a,b)] \leq [(c,d)] \leftrightarrow a+d \leq b+c$
- $[(a,b)] + [(c,d)] = [(a+c, b+d)]$
- $[(a,b)] \cdot [(c,d)] = [(ac+bd, ad+bc)]$
- $(a,b) \sim (c,d) \leftrightarrow a+d = b+c$

\mathbb{Q}

Quoziente di $(\mathbb{Z} \times \mathbb{N}) / \sim$ con

- $[(a,b)] \leq [(c,d)] \leftrightarrow ad \leq bc$
- $[(a,b)] + [(c,d)] = [(ad+bc, bd)]$
- $[(a,b)] \cdot [(c,d)] = [(ac, bd)]$
- $(a,b) \sim (c,d) \leftrightarrow a \cdot d = b \cdot c$

\mathbb{R}

Costruzione mediante i tagli di Dedekind a partire da \mathbb{Q}

