Equazioni e disequazioni

Esercizio 10

$x(x+1)+\sqrt{5}(1-x)-2<2(\sqrt{5}-1); \quad x^2+x+\sqrt{5}-\sqrt{5}x-2-2\sqrt{5}+2<0;$

$$x^2+(1-\sqrt{5})x-\sqrt{5}<0;$$

Risolvo l'equazione associata $x^2+(1-\sqrt{5})x-\sqrt{5}=0$;

$$x=\frac{-1+\sqrt{5}\pm\sqrt{\left(1-\sqrt{5}\right)^2+4\sqrt{5}}}{2}=\frac{-1+\sqrt{5}\pm\sqrt{\left(1+\sqrt{5}\right)^2}}{2}$$

$$x_1=\sqrt{5} \quad x_2=-1$$

Allora la parabola $y=x^2+(1-\sqrt{5})x-\sqrt{5}$ interseca l'asse x in x_1 e x_2 ed è rivolta verso l'alto dato che il coefficiente di x^2 è positivo.

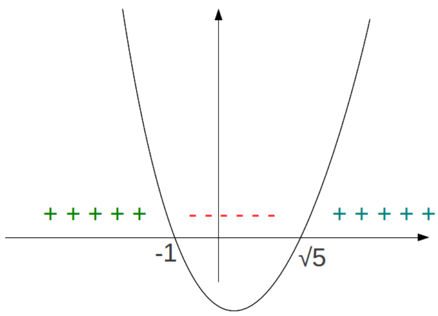

Figura 1: Segno della parabola $y=x^2+(1-\sqrt{5})x-\sqrt{5}$

La parabola è negativa per $-1<x<\sqrt{5}$, che è dunque la soluzione della disequazione.

Esercizio 13

$$\frac{1}{x+3}>\frac{1}{x-3}; \quad \frac{1}{x+3}-\frac{1}{x-3}>0; \quad \frac{x-3-(x+3)}{(x+3)(x-3)}>0$$

$$\frac{-6}{(x+3)(x-3)}>0; \quad \frac{-6}{x^2-9}>0$$

Il segno del numeratore è sempre negativo, il segno del denominatore è quello della parabola $y=x^2-9$. Vedere Figura 2.

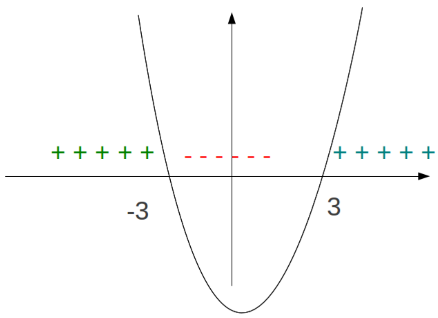

Figura 2: Segno della parabola $y = x^2 - 9$

Si ha dunque che il segno della frazione è:

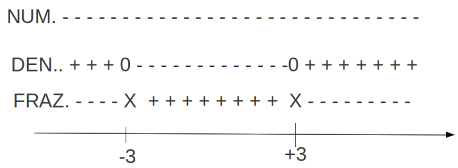

Figura 3: Segno della frazione $\frac{-6}{x^2-9}$

Allora la soluzione della disequazione è l'insieme dei punti in cui la frazione è positiva, ovvero $\{x \in \mathbb{R} | -3 < x < 3\}$.