

Ecco qualche problemino simpatico. Tempo permettendo, pubblicherò le soluzioni la prossima settimana.

1. Per quali  $n \in \mathbb{N}$  si può avere che  $2^n$  divide  $n!$  ?
2. Dimostrare che, se  $p$  è primo, allora si ha  $p \equiv 1 \pmod{6}$  oppure  $p \equiv -1 \pmod{6}$ .
3. Il professor Steffè propone ogni anno ai propri studenti lo stesso problema: se volessimo collegare a due a due tutte le macchine dell'aula 4, che sono 26, quanti cavi ci vorrebbero? Sapendo che il professore picchia molto duro, cosa gli rispondereste?
4. Sia  $T_0$  un triangolo qualsiasi. Definiamo ora la successione di triangoli in cui  $T_{n+1}$  si costruisce tracciando la circonferenza inscritta a  $T_n$  e congiungendo i punti di tangenza con i tre lati. Se  $n$  diventa molto grande (cioè tende a infinito), che cosa succede a  $T_n$ ? (Aiutino: cosa succede ai suoi angoli?)
5. Determinare il valore di:

$$\sum_{i=0}^9 2^i$$