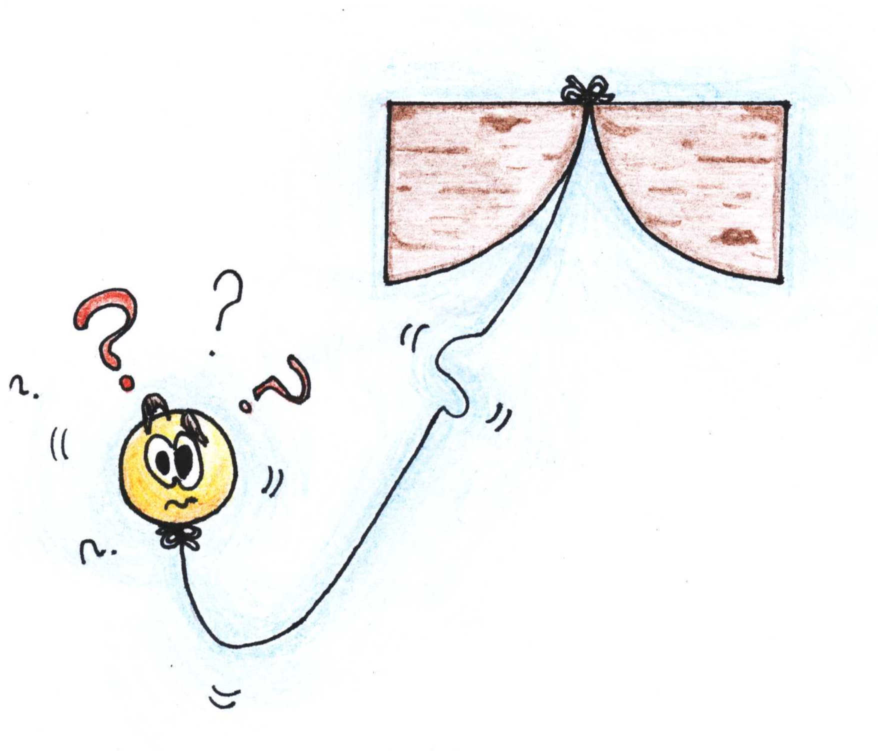
Tesina di maturità - Il pendolo inaffidabile

Giovanni Mascellani - V A - Liceo Scientifico "Ulisse Dini" di Pisa

mercoledì 25 giugno 2008



1 Introduzione

L'argomento di questa tesina prende le mosse da un esperimento che quest'anno ho avuto occasione di compiere. La mia scuola organizza ogni anno un'iniziativa denominata *Scienza?... Al Dini!*, nell'ambito della quale vengono allestiti dei laboratori pomeridiani gestiti da docenti dell'istituto su argomenti di tipo scientifico (matematica, fisica, chimica, biologia...). Gli studenti interessati hanno la possibilita di avvicinarsi e compiere ricerca sull'argomento del loro laboratorio, fino alla conclusione dell'iniziativa che prevede, generalmente nel periodo di aprile, tre giorni di apertura al pubblico e di presentazione del lavoro compiuto in ogni gruppo.

Quest'anno ho partecipato ad un laboratorio dal titolo *Curve matematiche* ed in particolare la mia attenzione si è focalizzata su una di esse, la cicloide. Tra le sue tante proprietà, più o meno teoriche o "pratiche", compare l'introdurre una correzione, descritta per la prima volta da Christiaan Huygens, al pendolo di Galileo Galilei: esso, infatti, non possiede realmente le proprietà che il grande scienziato gli attribuì. Nel nostro gruppo abbiamo quindi ricostruito un modello di pendolo di Galileo e di Huygens per confrontarli e mostrarne le diversità.

L'esperimento è stato fatto e presentato con successo al pubblico; tuttavia i dati che erano stati raccolti in quell'occasione sono poi per lo più rimasti privi di un'elaborazione accurata: si sa, appena prima della maturità lo studio è tanto! Ho quindi pensato di riprenderli ed inserirli in questa tesina, evidenziando le differenze tra i pendoli di Galilei ed Huygens.

Al lavoro di tipo scientifico ho anche aggiunto una parte più filosofica, riflettendo su quale senso possa avere nel pensiero scientifico una legge non completamente in accordo con i dati sperimentali come è stata la legge del pendolo proposta da Galilei. Senza alcuna pretesa di completezza, ho fatto qualche ricerca in merito e trovato un articolo che mi è sembrato interessante in proposito.

2 Galileo Galilei, ovvero la scoperta dell'isocronia del pendolo

2.1 L'isocronia del pendolo galileiano nei *Discorsi e dimostrazioni matematiche*

Nonostante esso sia conosciuto fin dall'antichità, il pendolo è tradizionalmente legato al nome dello scienziato e filosofo pisano Galileo Galilei (1564 - 1642), che per primo enunciò l'importante legge dell'*isocronia* nei suoi *Discorsi e dimostrazioni matematiche intorno a due nuove scienze attinenti alla meccanica e i movimenti locali*, un'opera pubblicata in Olanda nel 1638[1]. Niente può essere quindi più adatto per introdurre questa legge della lettura diretta del testo del grande scienziato.

Gli interlocutori dei *Discorsi*

Come altri scritti di Galilei, l'opera si svolge sotto forma di un dialogo tra tre uomini, due dei quali effettivamente vissuti e personalmente conosciuti dall'autore: Filippo Salviati, uno scienziato di famiglia fiorentina che sostiene le tesi di Galileo, equilibrato e razionale; e Giovan Francesco Sagredo, un nobile veneziano, interessato ma non esperto degli argomenti di cui si parla, che ha il ruolo di moderare il dibattito in corso e raffigura i destinatari del libro. Il terzo personaggio è Simplicio, che rappresenta le teorie aristoteliche e scolastiche; il suo nome non solo ricorda un commentatore di Aristotele del VI secolo, ma è anche una velata ridicolizzazione delle sue tesi, spesso messe in difficoltà da quelle degli altri due.

Nel brano citato Salviati presenta ai suoi due interlocutori tre importanti leggi che riguardano il pendolo. In realtà, come vedremo dopo, sono tutte e tre errate o, meglio, non del tutto corrette!

> *Salv.* [...] Vengo ora a gli altri quesiti, attenenti a i pendoli, materia che a molti parrebbe assai arida, e massime a quei filosofi che stanno continuamente occupati nelle più profonde quistioni delle cose naturali; tuttavia non gli voglio disprezzare, inanimito dall'esempio d'Aristotele medesimo, nel quale io ammiro sopra tutte le cose il non aver egli lasciato, si può dir, materia alcuna, degna in qualche modo di considerazione, che e' non l'abbia toccata. Ed ora, mosso da i quesiti di V. S., penso che potrò dirvi qualche mio pensiero sopra alcuni problemi attenenti alla musica, materia nobilissima, della quale hanno scritto tanti grand'uomini e l'istesso Aristotele, e circa di essa considerar molti problemi curiosi; talché se io ancora da così facili e sensate esperienze trarrò ragioni di accidenti maravigliosi in materia de i suoni, posso sperare che i miei ragionamenti siano per esser graditi da voi.
>
> *Sagr.* Non solamente graditi, ma da me in particolare sommamente desiderati, come quello che, sendomi dilettato di tutti gli strumenti musici,

ed assai filosofato intorno alle consonanze, son sempre restato incapace e perplesso onde avvenga che più mi piaccia e diletti questa che quella, e che alcuna non solo non mi diletti, ma sommamente m'offenda. Il problema poi trito delle due corde tese all'unisono, che al suono dell'una l'altra si muova e attualmente risuoni, mi resta ancora irresoluto, come anco non ben chiare le forme delle consonanze ed altre particolarità.

Salv. Vedremo se da questi nostri pendoli si possa cavare qualche sodisfazione a tutte queste difficoltà. E quanto al primo dubbio, che è, se veramente e puntualissimamente l'istesso pendolo fa tutte le sue vibrazioni, massime, mediocri e minime, sotto tempi precisamente eguali, io mi rimetto a quello che intesi già dal nostro Accademico; il quale dimostra bene, che 'l mobile che descendesse per le corde suttese a qualsivoglia arco, le passerebbe necessariamente tutte in tempi eguali, tanto la suttesa sotto cent'ottanta gradi (cioè tutto il diametro), quanto le suttese di cento, di sessanta, di dieci, di due, di mezzo e di quattro minuti, intendendo che tutte vadano a terminar nell'infimo punto, toccante il piano orizontale. Circa poi i descendenti per gli archi delle medesime corde elevati sopra l'orizonte, e che non siano maggiori d'una quarta, cioè di novanta gradi, mostra parimente l'esperienza, passarsi tutti in tempi eguali, ma però più brevi de i tempi de' passaggi per le corde; effetto che in tanto ha del maraviglioso, in quanto nella prima apprensione par che dovrebbe seguire il contrario: imperò che, sendo comuni i termini del principio e del fine del moto, ed essendo la linea retta la brevissima che tra i medesimi termini si comprende, par ragionevole che il moto fatto per lei s'avesse a spedire nel più breve tempo; il che poi non è, ma il tempo brevissimo, ed in conseguenza il moto velocissimo, è quello che si fa per l'arco del quale essa linea retta è corda. Quanto poi alla proporzione de i tempi delle vibrazioni di mobili pendenti da fila di differente lunghezza, sono essi tempi in proporzione suddupla delle lunghezze delle fila, o vogliam dire le lunghezze esser in duplicata proporzion de i tempi, cioè son come i quadrati de i tempi: sì che volendo, v. g., che 'l tempo d'una vibrazione d'un pendolo sia doppio del tempo d'una vibrazione d'un altro, bisogna che la lunghezza della corda di quello sia quadrupla della lunghezza della corda di questo; ed allora, nel tempo d'una vibrazione di quello, un altro ne farà tre, quando la corda di quello sarà nove volte più lunga dell'altra: dal che ne séguita che le lunghezze delle corde hanno fra di loro la proporzione che hanno i quadrati de' numeri delle vibrazioni che si fanno nel medesimo tempo.

La legge di isocronia del pendolo

La proprietà di brachistocronia dell'arco di cerchio

La legge di dipendenza quadratica tra il periodo e la lunghezza del pendolo

Sagr. Adunque, se io ho ben inteso, potrò speditamente sapere la lunghezza d'una corda pendente da qualsivoglia grandissima altezza, quando bene il termine sublime dell'attaccatura mi fusse invisibile e solo si vedesse l'altro estremo basso. Imperò che, se io attaccherò qui da basso un assai grave peso a detta corda e farò che si vada vibrando in qua e in là, e che un amico vadia numerando alcune delle sue vibrazioni e che io nell'istesso tempo vadia parimente contando le vibrazioni che farà un altro mobile appeso a un filo di lunghezza precisamente d'un braccio, da i numeri delle vibrazioni di questi pendoli, fatte nell'istesso tempo, troverò la lunghezza della corda: come, per esempio, ponghiamo che nel tempo che l'amico mio abbia contate venti vibrazioni della corda lunga, io ne abbia contate dugenquaranta del mio filo, che è lungo un braccio; fatti i quadrati delli due numeri venti e dugenquaranta, che sono 400 e 57600, dirò, la lunga corda contener 57600 misure di quelle che il mio filo ne contien 400; e perché il filo è un sol braccio, partirò 57600 per 400, che ne viene 144; e 144 braccia dirò esser lunga quella corda.

Salv. Né vi ingannerete d'un palmo, e massime se piglierete moltitudini grandi di vibrazioni.

2.2 Le tre leggi sul pendolo

Riassumiamo brevemente le tre proprietà citate del brano sopra riportato: la prima è la legge di *isocronia* del pendolo, secondo la quale il periodo del pendolo, ossia il tempo impegato per compiere un'oscillazione completa, non dipende dall'ampiezza delle oscillazioni stesse (indicata generalmente con l'angolo formato dalla cordicella del pendolo con la perpendicolare nel momento in cui il peso è alla massima altezza). La garanzia offerta da questa legge permette di utilizzare il pendolo come strumento di misurazione del tempo, avendo la certezza che gli istanti da questo scanditi non diventeranno via via più o meno frequenti a causa dello smorzamento del suo moto.

La secondo proprietà enunciata da Salviati è meno rilevante nell'economia del discorso che stiamo facendo, ma è comunque degna di nota. Galileo suppone di avere due masse e di farle muovere da un punto ad un altro sotto la sola azione della forza di gravità, una percorrendo un segmento di retta e l'altra un arco di circonferenza (legandola ad un pendolo): secondo lui non solo la seconda arriverà prima della prima, nonostante il suo percorso sia più lungo, ma nessun'altra pallina seguendo nessun'altra traiettoria potrebbe arrivare prima di essa. Si tratta di una soluzione (errata) del cosiddetto problema della *brachistocronia* ("tempo più rapido"), che, pur non essendo direttamente implicato nell'argomento principale di questa tesina, verrà comunque accennato nuovamente in seguito.

La terza proprietà è di tipo quantitativo e non qualitativo, e permette quindi, come poi Sagredo fa, di calcolare matematicamente quantità sconosciute di un pendolo utilizzandone altre conosciute. La relazione individuata è la proporzionalità tra la lunghezza del filo del pendolo ed il quadrato del suo periodo, ossia che, indicando T_1 ed r_1 rispettivamente il periodo e la lunghezza di un pendolo e con T_2 ed r_2 il periodo e la lunghezza di un altro pendolo, vale la relazione

$$\left(\frac{T_1}{T_2}\right)^2 = \frac{r_1}{r_2},$$

o, in altre parole, per ogni pendolo vale la relazione

$$\frac{T^2}{r} = k \tag{1}$$

con k costante.

Stando a quanto possiamo leggere nei *Discorsi*, Galileo ritiene la legge appena citata come esatta («Né vi ingannerete d'un palmo»). Non è quindi a conoscenza del fatto, come vedremo tra pochissimo, che in realtà si tratta di un risultato valido solamente in condizioni particolari.

2.3 La modellizzazione matematica del pendolo di Galileo

È piuttosto semplice abbozzare una dimostrazione della legge sul periodo del pendolo galileiano, e lo faremo sfruttando, per comodità, gli strumenti matematici del calcolo

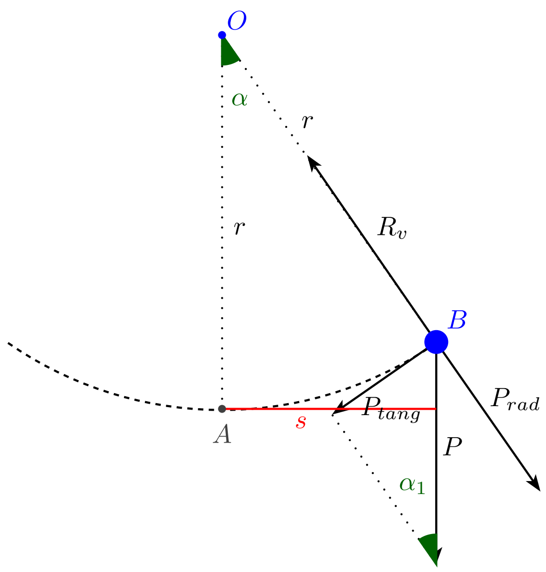


Figura 1: Il pendolo di Galileo

differenziale, sconosciuti a Galileo. Si faccia riferimento alla figura 1: il peso è indicato dalla lettera B ed il suo scostamento orizzontale dalla posizione di minimo potenziale con s, considerato con segno, ossia positivo in un verso e negativo nell'altro. Sul peso agiscono sia la forza di gravità (indicata con P e scomposta nelle componenti tangenziale e radiale rispetto alla traiettoria del peso) che la tensione del filo (indicata con R_v). Come già accennato, la dimostrazione proposta è approssimata: infatti supporremo l'angolo α sufficientemente piccolo da poter considerare l'arco AB uguale a s, la componente tangenziale dell'accelerazione di gravità agente nella stessa direzione di s e il seno dell'angolo α uguale all'angolo stesso.

Le approssimazioni necessarie

Per costruzione l'angolo α_1 è uguale ad α. Esprimendo tale angolo in radianti e chiamando g e g_{tang} rispettivamente l'accelerazione del peso dovuta alla forza di gravità e la sua componente tangenziale e m la sua massa possiamo anche scrivere:

$$\frac{m \cdot g_{tang}}{m \cdot g} = \frac{P_{tang}}{P} = \sin\alpha \simeq \alpha = \frac{AB}{r} \simeq \frac{s}{r}.$$

Ma secondo le assunzioni precedentemente fatte, l'accelerazione g_{tang} è la derivata seconda di s, perché, se la consideriamo orizzontale secondo le approssimazioni fatte, è l'accelerazione del punto la cui coordinata è s. Possiamo dunque esprimere il problema nella seguente equazione differenziale:

$$\frac{d^2s}{ds^2} = \frac{g}{r}s, \qquad (2)$$

che ammette come soluzione generale la funzione

$$s(t) = A\sin\left(\sqrt{\frac{g}{r}}t + \varphi\right).$$

In tale espressione A è l'ampiezza del moto del pendolo, ossia il valore assoluto della massima coordinata s che il peso può assumere, e φ è la fase del moto stesso. Entrambe queste due grandezze dipendono dalle condizioni iniziali del sistema, a differenza della frequenza dell'oscillazione che è invece costante una volta determinati i valori di g e r.

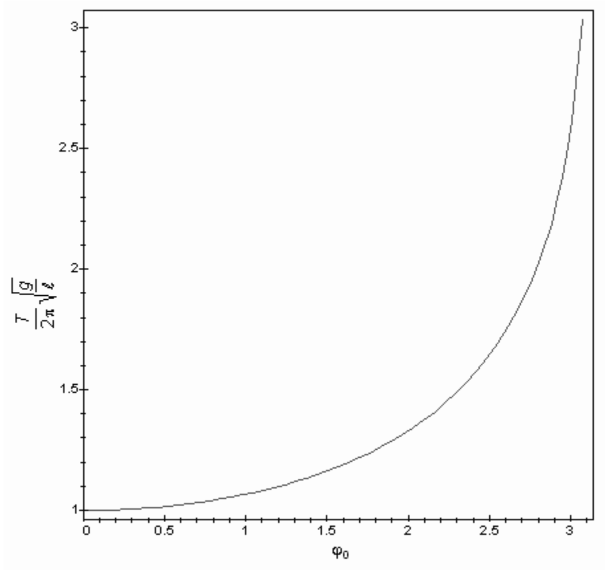


Figura 2: Crescita del periodo del pendolo in funzione dell'angolo di apertura φ_0

Il periodo T della funzione $s(t)$ è

$$T = 2\pi \cdot \sqrt{\frac{r}{g}} \tag{3}$$

e da quest'ultima equazione si può facilmente risalire alla 1 elevando al quadrato entrambi i membri e ponendo $k = \frac{4\pi^2}{g}$.

Tale risultato effettivamente sembrerebbe confermare due delle leggi di Galileo: il periodo del pendolo non dipende dalla sua ampiezza (che infatti non compare nella formula), ma cresce con la radice quadrata della lunghezza del pendolo stesso. Però attenzione! Per arrivare a questo risultato abbiamo dovuto compiere delle approssimazioni che valgono unicamente per valori piccoli di α. Quando però l'angolo di oscillazione aumenta esse non valgono più: è possibile, anche se richiederebbe strumenti matematici troppo avanzati per questa trattazione, esprimere il T anche in funzione di α in modo esatto (perlomeno relativamente al modello fisico che abbiamo preso in esame, che in realtà presenta anche altre debolezze). Il risultato, tratto da [4], è questa somma infinita (nella quale si indica con α_0 l'angolo massimo di oscillazione):

Il risultato non approssimato

$$T = 2\pi \cdot \sqrt{\frac{r}{g}} \cdot (1 + \frac{1^2}{2^2}\sin^2\frac{\alpha_0}{2} + \frac{1^2}{2^2}\frac{3^2}{4^2}\sin^4\frac{\alpha_0}{2} + \cdots). \tag{4}$$

Il rapporto tra il periodo secondo l'espressione approssimata 3 e quella esatta 4 è visualizzato nel grafico della figura 2. Esso conferma come la differenza tra le due espressioni sia irrilevante per piccoli valori di α_0(in figura in realtà indicato come φ_0), ma tende ad infinito man mano che l'angolo tende a π.

3 Christiaan Huygens, ovvero la correzione al modello di Galileo

3.1 L'introduzione del pendolo cicloidale

La cicloide

Nel 1673, poco più di una trentina d'anni dopo i *Discorsi* di Galileo, il matematico e fisico olandese Christiaan Huygens (1629 - 1695) pubblicò un'opera, *l'Horologium oscillatorium sive de motu pendulorum*[3], nel quale descriveva come migliorare il pendolo semplice per renderlo realmente isocrono. Alla base della nuova invenzione vi era una curva, detta *cicloide*, il cui nome è dovuto al curioso modo in cui può essere costruita: essa è infatti la traiettoria seguita da un punto appartenente ad una circonferenza man mano che questo rotola senza strisciare, o, per vederla più "concretamente", la traiettoria della valvola di una ruota di bicicletta mentre questa procede su un asfalto orizzontale.

È piuttosto facile scrivere le equazioni parametriche della cicloide: possiamo simulare la ruota che gira scrivendo prima le equazioni del suo perno, che si sposta lungo una retta a distanza r dall'asse delle ascisse (dove r è il raggio della ruota stessa), per poi sommarci le equazioni di un punto che si sposta su un cerchio di raggio r. Il primo moto è descritto dalle funzioni:

$$\begin{cases} x'(t) = rt \\ y'(t) = r \end{cases} \tag{5}$$

ed il secondo dalle funzioni:

$$\begin{cases} x''(t) = -r\sin t \\ y''(t) = r\cos t \end{cases}, \tag{6}$$

dove le funzioni seno e coseno devono necessariamente lavorare su angoli espressi in radianti. Infatti, poiché la ruota non slitti, mentre le equazioni del sistema 5 descrivono un segmento di lunghezza l le equazioni del sistema 6 devono a loro volta descrivere un arco di lunghezza l e, come è noto, la misura in radianti di un angolo moltiplicata per il raggio di un cerchio centrato nel suo vertice è proprio la lunghezza dell'arco che esso intercetta sulla circonferenza.

Le equazioni della cicloide sono dunque:

$$\begin{cases} x(t) = r(t - \sin t) \\ y(t) = r(1 + \cos t) \end{cases} \tag{7}$$

e sono visualizzate nella figura 3 (con $r = 1$).

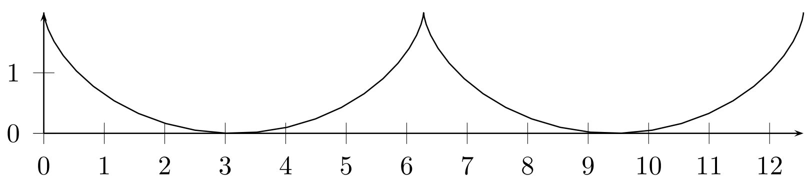


Figura 3: La cicloide

La proprietà di tautocronia della cicloide

La proprietà della cicloide che ci interessa in questo momento è la cosiddetta *tautocronia* (parola che significa "tempi uguali"), secondo la quale due corpi che cadono sotto l'azione della forza di gravità lungo una traiettoria cicloidale impiegano sempre lo stesso tempo per arrivare nel punto di minimo, indipendentemente dall'altezza alla quale sono stati lasciati andare. Avendo a disposizione una pista a forma di cicloide non è difficile verificare sperimentalmente questa proprietà (si veda la figura 4 nella pagina successiva).

La dimostrazione di questa proprietà richiede conoscenze di analisi molto avanzate, e quindi non sarà trattata. E però facile convincersi intuitivamente di come palline lasciate cadere da più in alto abbiamo, è vero, un maggior percorso da compiere,

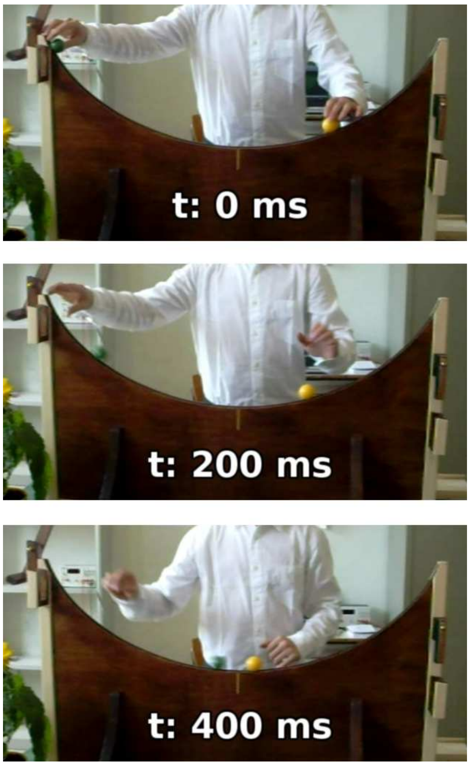


Figura 4: La proprietà di tautocronia della cicloide

ma possano compensare questo ritardo con una maggiore accelerazione dovuta alla maggiore inclinazione del loro punto di partenza.

Il pendolo di Huygens

Sfruttando la proprietà di tautocronia della cicloide è facile costruire un pendolo isocrono: basta fare in modo che il suo peso si muova su una traiettoria cicloidale invece che circolare. Per ottenere questo risultato è necessario costruire un pendolo ordinario e disporre accanto al filo due "alette", anch'esse con profilo cicloidale, come mostrato in figura 5 a fronte. Oscillando a destra ed a sinistra la cordicella a cui è legato il peso aderirà al profilo cicloidale, obbligando quindi il peso stesso a seguire una traiettoria non circolare, ma (come si può dimostrare), cicloidale a sua volta.

3.2 L'esperimento del pendolo di Huygens

Come ho già detto nell'introduzione, questa è la parte della tesina che ha dato il via a tutto il resto. Durante la scorsa edizione di *Scienza?... Al Dini!* io mi sono preoccupato, tra le altre cose, di organizzare un esperimento sul pendolo di Huygens.

L'apparato sperimentale

L'apparato sperimentale era composto dal pendolo stesso (triangolare, ossia con due cordicelle invece di una, in modo che oscillasse soltanto su un piano predeterminato), da un circuito elettronico con un sensore a raggi infrarossi per la rilevazione del passaggio del peso e da un cronometro digitale preciso al millisecondo per la misurazione del periodo, descritti con maggiore precisione più avanti. Sono anche stati predisposti un circuito ed un cronometro simili per eseguire misure su un tradizionale pendolo galileiano, in modo da poter confrontare i risultati. In figura 6 nella pagina 10 è visibile il pendolo cicloidale, con in basso il sensore ed a metà altezza il cronometro.

Metodologia di raccolta dei dati

Durante la raccolta dei dati sperimentali veniva rilevato il periodo di un'oscillazione completa ogni due. Durante l'oscillazione non misurata l'operatore aveva il tempo di reimpostare il cronometro e registrare il dato appena calcolato. All'inizio il peso veniva scostato dalla verticale quanto più possibile (in genere circa una quarantina

Figura 5: Il perno del pendolo di Huygens

di gradi) e poi lasciato andare. Dopo alcune oscillazione necessarie perché il moto si stabilizzasse (in particolare, poiché era difficile lanciare il pendolo esattamente sul piano dell'oscillazione principale, si sviluppavano oscillazioni secondarie più piccole perpendicolari a tale piano, che impegavano circa una decina di secondi per smorzarsi), si avvicinava il sensore e si iniziava la rilevazione vera e propria, che andava avanti finché l'ampiezza delle oscillazioni non diventava sufficientemente piccola. Si noti che, a causa dell'attrito con le alette cicloidali, il pendolo di Huygens impiegava meno oscillazioni per fermarsi rispetto al pendolo di Galileo.

3.2.1 Dettagli sull'elettronica di controllo

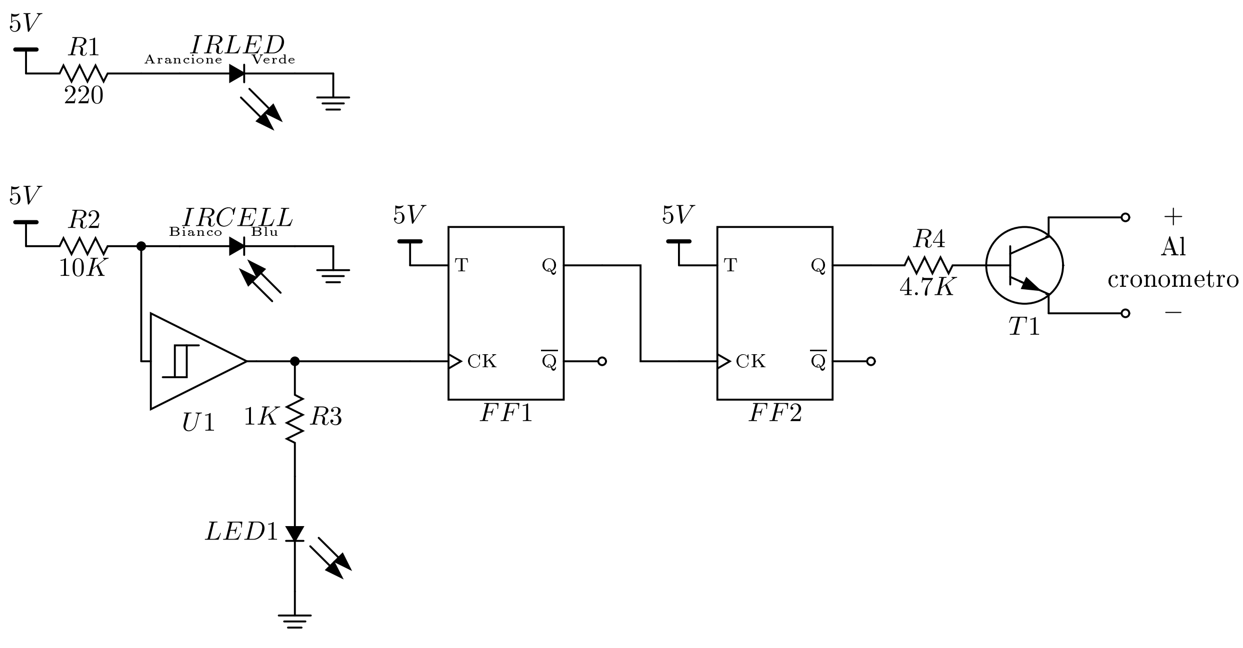


Figura 7: L'elettronica di controllo dell'esperimento

Il circuito elettronico utilizzato per misurare il periodo del pendolo è visualizzato in figura 7. Il componente principale del circuito è il sensore di passaggio del pendolo, un QRB1134, costituito da un LED a raggi infrarossi ed un fototransistor, rispettivamen-

Figura 6: L'intero apparato sperimentale

te indicati nello schema come $IRLED$ e $IRCELL$ (i colori indicati in prossimità dei due componenti sono i colori dei fili che escono dal sensore). Normalmente $IRCELL$ è interdetto, per cui l'entrata del trigger di Schmitt $U1$, collegata unicamente al polo positivo, si trova a $5V$. Essendo il peso di entrambi i pendoli un cilindro di metallo lucido, al suo passaggio davanti al sensore esso riflette i raggi del LED permettendo il passaggio di corrente nel fototransistor. In tali condizioni, quindi, l'entrata del trigger di Schmitt $U1$ viene portata a terra (la tensione tra il positivo e la terra infatti si scarica sulla resistenza $R2$).

Il trigger di Schmitt (contenuto in un integrato 7414) ha la funzione di regolarizzare l'onda in uscita dalla fotocellula, approssimando correttamente il suo valore alla terra o a $5V$ quando esso è in uno stato intermedio. Il segnale prodotto viene utilizzato come clock di un doppio flip flop di tipo T (ottenibili collegando al positivo le entrate J e K di un flip flop JK, contenuto nell'integrato 7476), ossia un circuito che inverte il proprio stato logico in uscita ogni volta che l'ingresso passa da uno stato negativo ad uno positivo. In questo modo l'onda in uscita dal primo flip flop cambia stato ad ogni passaggio del peso davanti alla fotocellula e l'onda in uscita dal secondo flip flop cambia stato ogni due passaggi del peso davanti alla fotocellula, ossia ad ogni oscillazione completa del pendolo stesso.

Il cronometro utilizzato per la raccolta dei dati, tuttavia, non era sensibile alle variazioni di tensione dell'input, ma alle variazioni di resistenza, ossia veniva avviato quando la resistenza misurata tra i sue due poli scendeva sotto i $250\,k\Omega$ e si fermava quando tornava sopra i $350\,k\Omega$. Per poter interfacciare i due circuiti è stato dunque utilizzato un transistor che, in presenza di corrente tra la base e l'emettitore, permetteva anche il passaggio di corrente tra il collettore e l'emettitore stesso, collegati rispettivamente al polo positivo e negativo dell'ingresso al cronometro.

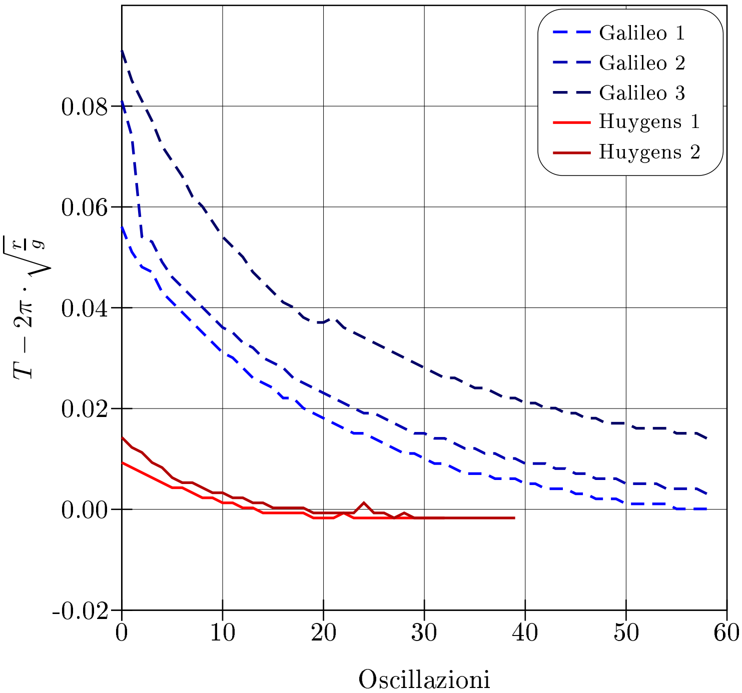


Figura 8: I dati sperimentali sui due pendoli (grafico)

3.2.2 I dati raccolti

La lunghezza del filo del pendolo di Huygens era di $2,42\,m$ (per un periodo teorico di $3,121\,s$), mentre il filo del pendolo di Galileo era lungo $1,86\,m$ (per un periodo teorico sulle oscillazioni infinitesimali di $2,736\,s$). In questa tesina presenterò i dati raccolti nel corso di cinque serie, due riguardanti il pendolo di Huygens e tre quello di Galileo.

I dati raccolti sono riportati in tabella 1 nella pagina successiva, insieme con il periodo teorico per ciascuno dei pendoli. Essi sono anche mostrati in figura 8, dove in ascissa sono presenti le varie rilevazioni fatte nel corso di una serie e in ordinata la differenza assoluta tra il periodo misurato e quello teorico per il pendolo in questione. Le serie non sono tuttavia direttamente confrontabili, in quanto né l'ampiezza di partenza né la perdita di energia ad ogni oscillazione sono necessariamente le stesse per ciascuna di esse. Sono riunite sullo stesso grafico unicamente per motivi pratici.

Possiamo osservare come per ciascuna serie il periodo inizialmente sia un po' più grande di quello teorico con oscillazioni infinitesimale, ma che gli si avvicini man mano che l'oscillazione si smorza e diventa più piccola (come del resto ci aspettavamo). Il dato numerico di maggiore interesse che possiamo ricavare dal grafico è per ogni serie la differenza di periodo tra le prime oscillazioni (quelle con angolo maggiore) ed il periodo teorico. Rapportando questa differenza al periodo teorico del pendolo siamo in grado di valutare quanto il pendolo stesso sia in grado di compensare la variazione di periodo dovuta a grandi angoli di oscillazione. Otteniamo quindi un coefficiente di bontà del pendolo: uno strumento ideale avrebbe un tale coefficiente pari a 0, ossia non presenterebbe alcuna variazione di periodo a qualsiasi angolo di oscillazione.

3.2.3 L'elaborazione

In tabella 2 nella pagina 13 sono riportati, per ogni serie, il massimo periodo misurato, il periodo teorico, la loro differenza ed il rapporto di tale differenza sul perido teorico, ossia il "coefficiente di bontà" prima stabilito. È immediato verificare come il pendolo di Huygens abbia un periodo molto più stabile di quello di Galileo: la media dei "coef-

Oscillazione	Galilei 1 (s)	Galilei 2 (s)	Galilei 3 (s)	Huygens 1 (s)	Huygens 2 (s)
Teorico	$2,736$	$2,736$	$2,736$	$3,121$	$3,121$
0	$2,792$	$2,817$	$2,827$	$3,130$	$3,135$
1	$2,787$	$2,810$	$2,821$	$3,129$	$3,133$
2	$2,784$	$2,790$	$2,817$	$3,128$	$3,132$
3	$2,783$	$2,789$	$2,813$	$3,127$	$3,130$
4	$2,779$	$2,785$	$2,808$	$3,126$	$3,129$
5	$2,777$	$2,782$	$2,805$	$3,125$	$3,127$
6	$2,775$	$2,780$	$2,802$	$3,125$	$3,126$
7	$2,773$	$2,778$	$2,798$	$3,124$	$3,126$
8	$2,771$	$2,776$	$2,796$	$3,123$	$3,125$
9	$2,769$	$2,774$	$2,793$	$3,123$	$3,124$
10	$2,767$	$2,772$	$2,790$	$3,122$	$3,124$
11	$2,766$	$2,771$	$2,788$	$3,122$	$3,123$
12	$2,764$	$2,769$	$2,786$	$3,121$	$3,123$
13	$2,762$	$2,768$	$2,783$	$3,121$	$3,122$
14	$2,761$	$2,766$	$2,781$	$3,120$	$3,122$
15	$2,760$	$2,765$	$2,779$	$3,120$	$3,121$
16	$2,758$	$2,764$	$2,777$	$3,120$	$3,121$
17	$2,758$	$2,762$	$2,776$	$3,120$	$3,121$
18	$2,756$	$2,761$	$2,774$	$3,120$	$3,121$
19	$2,755$	$2,760$	$2,773$	$3,119$	$3,120$
20	$2,754$	$2,759$	$2,773$	$3,119$	$3,120$
21	$2,753$	$2,758$	$2,774$	$3,119$	$3,120$
22	$2,752$	$2,757$	$2,772$	$3,120$	$3,120$
23	$2,751$	$2,756$	$2,771$	$3,119$	$3,120$
24	$2,751$	$2,755$	$2,770$	$3,119$	$3,122$
25	$2,750$	$2,755$	$2,769$	$3,119$	$3,120$
26	$2,749$	$2,754$	$2,768$	$3,119$	$3,120$
27	$2,748$	$2,753$	$2,767$	$3,119$	$3,119$
28	$2,747$	$2,752$	$2,766$	$3,119$	$3,120$
29	$2,747$	$2,751$	$2,765$	$3,119$	$3,119$
30	$2,746$	$2,751$	$2,764$	$3,119$	$3,119$
31	$2,745$	$2,750$	$2,763$	$3,119$	$3,119$
32	$2,745$	$2,750$	$2,762$	$3,119$	$3,119$
33	$2,744$	$2,749$	$2,762$		$3,119$
34	$2,743$	$2,748$	$2,761$		$3,119$
35	$2,743$	$2,748$	$2,760$		$3,119$
36	$2,743$	$2,747$	$2,760$		$3,119$
37	$2,742$	$2,747$	$2,759$		$3,119$
38	$2,742$	$2,746$	$2,758$		$3,119$
39	$2,742$	$2,746$	$2,758$		$3,119$
40	$2,741$	$2,745$	$2,757$		
41	$2,741$	$2,745$	$2,757$		
42	$2,740$	$2,745$	$2,756$		
43	$2,740$	$2,744$	$2,756$		
44	$2,740$	$2,744$	$2,755$		
45	$2,739$	$2,743$	$2,755$		
46	$2,739$	$2,743$	$2,754$		
47	$2,738$	$2,742$	$2,754$		
48	$2,738$	$2,742$	$2,753$		
49	$2,738$	$2,742$	$2,753$		
50	$2,737$	$2,741$	$2,753$		
51	$2,737$	$2,741$	$2,752$		
52	$2,737$	$2,741$	$2,752$		
53	$2,737$	$2,741$	$2,752$		
54	$2,737$	$2,740$	$2,752$		
55	$2,736$	$2,740$	$2,751$		
56	$2,736$	$2,740$	$2,751$		
57	$2,736$	$2,740$	$2,751$		
58	$2,736$	$2,739$	$2,750$		

Tabella 1: I dati sperimentali sui due pendoli

Serie	T	$T_{teorico}$	$T - T_{teorico}$	$\frac{T-T_{teorico}}{T_{teorico}}$
Galileo 1	$2,792\,s$	$2,736\,s$	$0,056\,s$	$0,0205$
Galileo 2	$2,817\,s$	$2,736\,s$	$0,081\,s$	$0,0296$
Galileo 3	$2,827\,s$	$2,736\,s$	$0,091\,s$	$0,0333$
Huygens 1	$3,130\,s$	$3,121\,s$	$0,009\,s$	$0,0030$
Huygens 2	$3,135\,s$	$3,121\,s$	$0,014\,s$	$0,0046$

Tabella 2: Elaborazione dei dati sperimentali sui due pendoli

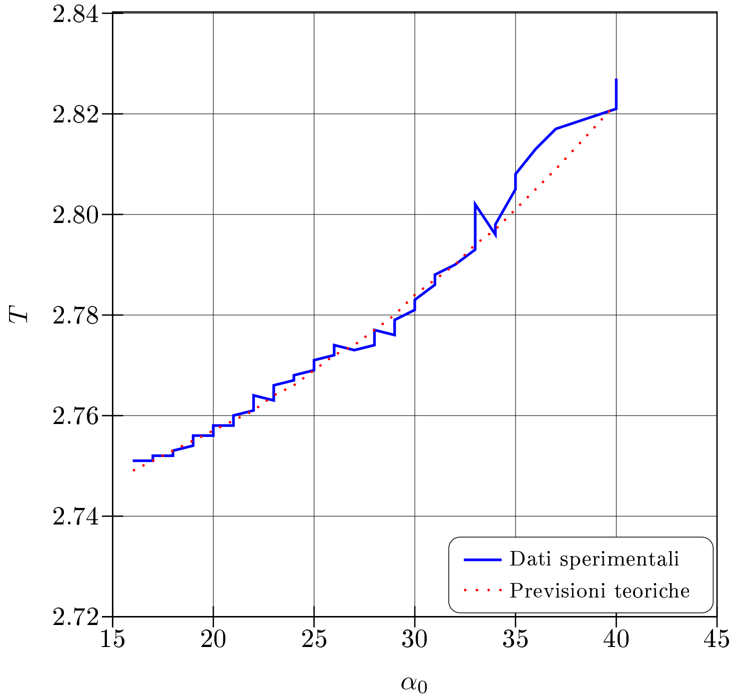


Figura 9: Dati sperimentali sul pendolo di Galileo

ficienti di bontà" per il pendolo di Galileo è $0,0278$, mentre per il pendolo di Huygens è $0,0038$, quasi sette volte e mezzo più piccola! Il pendolo di Huygens, nonostante il miglioramento rispetto all'altro, non è tuttavia ancora perfetto. Gli errori registrati potrebbero essere dovuti non solo alle limitazioni costruttive dell'esperimento (relative alla qualità delle alette cicloidali e delle sospensioni del filo), ma anche al fatto che lo stesso modello teorico non tiene conto di vari elementi, in particolare del momento di inerzia del peso e dell'attrito sviluppato dal peso contro l'aria e dal filo contro le alette e la sospensione. In ogni caso il risultato è piuttosto netto e conferma come il pendolo di Huygens sia più stabile di quello di Galileo.

3.3 Un'ulteriore verifica sul pendolo di Galileo

Il pendolo di Galileo, oltre ad essere stato confrontato con quello di Huygens, è anche stato oggetto di un esperimento indipendente per verificare la relazione 4, che lega esattamente il suo periodo alla sua lunghezza ed all'angolo di apertura α_0 della sua oscillazione. Sul perno è stato fissato un goniometro che permetteva la rilevazione dell'ampiezza dell'oscillazione contestualmente alla misura del periodo.

I dati rilevati durante l'esperimento sono confrontati con i risultati teorici in figura 9: non è difficile notare come, nonostante la grande precisione richiesta per rilevare le piccole differenze di tempo in gioco, vi è grande accordo tra le due serie sul grafico. Nella tabella oltre all'angolo ed al periodo misurato è presente il valore teorico del periodo per quell'angolo (calcolato utilizzando i primi quattro termini della serie 4),

Oscillazione	α_0 ($^\circ$)	T (s)	$T_{teorico}$ (s)	$T - T_{teorico}$ (s)	$\frac{T-T_{teorico}}{T_{teorico}}$
0	40	$2,827$	$2,822$	$0,005$	$0,0019$
1	40	$2,821$	$2,822$	$-0,001$	$-0,0002$
2	37	$2,817$	$2,809$	$0,008$	$0,0029$
3	36	$2,813$	$2,805$	$0,008$	$0,0029$
4	35	$2,808$	$2,801$	$0,007$	$0,0025$
5	35	$2,805$	$2,801$	$0,004$	$0,0014$
6	33	$2,802$	$2,794$	$0,008$	$0,0030$
7	34	$2,798$	$2,797$	$0,001$	$0,0002$
8	34	$2,796$	$2,797$	$-0,001$	$-0,0005$
9	33	$2,793$	$2,794$	$-0,001$	$-0,0003$
10	32	$2,790$	$2,790$	$0,000$	$-0,0001$
11	31	$2,788$	$2,787$	$0,001$	$0,0004$
12	31	$2,786$	$2,787$	$-0,001$	$-0,0003$
13	30	$2,783$	$2,784$	$-0,001$	$-0,0002$
14	30	$2,781$	$2,784$	$-0,003$	$-0,0009$
15	29	$2,779$	$2,780$	$-0,001$	$-0,0005$
16	28	$2,777$	$2,777$	$0,000$	$-0,0001$
17	29	$2,776$	$2,780$	$-0,004$	$-0,0016$
18	28	$2,774$	$2,777$	$-0,003$	$-0,0012$
19	27	$2,773$	$2,774$	$-0,001$	$-0,0005$
20	27	$2,773$	$2,774$	$-0,001$	$-0,0005$
21	26	$2,774$	$2,772$	$0,002$	$0,0009$
22	26	$2,772$	$2,772$	$0,000$	$0,0002$
23	25	$2,771$	$2,769$	$0,002$	$0,0008$
24	25	$2,770$	$2,769$	$0,001$	$0,0004$
25	25	$2,769$	$2,769$	$0,000$	$0,0001$
26	24	$2,768$	$2,766$	$0,002$	$0,0006$
27	24	$2,767$	$2,766$	$0,001$	$0,0003$
28	23	$2,766$	$2,764$	$0,002$	$0,0008$
29	23	$2,765$	$2,764$	$0,001$	$0,0005$
30	22	$2,764$	$2,761$	$0,003$	$0,0010$
31	23	$2,763$	$2,764$	$-0,001$	$-0,0003$
32	22	$2,762$	$2,761$	$0,001$	$0,0002$
33	22	$2,762$	$2,761$	$0,001$	$0,0002$
34	22	$2,761$	$2,761$	$0,000$	$-0,0001$
35	21	$2,760$	$2,759$	$0,001$	$0,0003$
36	21	$2,760$	$2,759$	$0,001$	$0,0003$
37	21	$2,759$	$2,759$	$0,000$	$0,0000$
38	21	$2,758$	$2,759$	$-0,001$	$-0,0004$
39	20	$2,758$	$2,757$	$0,001$	$0,0004$
40	20	$2,757$	$2,757$	$0,000$	$0,0000$
41	20	$2,757$	$2,757$	$0,000$	$0,0000$
42	20	$2,756$	$2,757$	$-0,001$	$-0,0003$
43	19	$2,756$	$2,755$	$0,001$	$0,0004$
44	19	$2,755$	$2,755$	$0,000$	$0,0001$
45	19	$2,755$	$2,755$	$0,000$	$0,0001$
46	19	$2,754$	$2,755$	$-0,001$	$-0,0003$
47	19	$2,754$	$2,755$	$-0,001$	$-0,0003$
48	18	$2,753$	$2,753$	$0,000$	$0,0000$
49	18	$2,753$	$2,753$	$0,000$	$0,0000$
50	18	$2,753$	$2,753$	$0,000$	$0,0000$
51	18	$2,752$	$2,753$	$-0,001$	$-0,0003$
52	18	$2,752$	$2,753$	$-0,001$	$-0,0003$
53	17	$2,752$	$2,751$	$0,001$	$0,0003$
54	17	$2,752$	$2,751$	$0,001$	$0,0003$
55	17	$2,751$	$2,751$	$0,000$	$0,0000$
56	16	$2,751$	$2,749$	$0,002$	$0,0006$

Tabella 3: I dati sperimentali sul pendolo di Galileo

la differenza tra i due valore ed il rapporto di tale differenza con il periodo teorico. Il valore minimo presente in quest'ultima colonna è $-0,0016$ ed il massimo è $0,0030$: il pendolo di Galileo costruito è quindi aderente al suo modello teorico per circa tre parti su mille.

3.4 Un piccolo accenno alla brachistocronia

Visto che tale proprietà è stata citata nello stralcio dei *Discorsi* riportato precedentemente, vale la pena di spendere anche un paio di parole sul problema della *brachistocronia*, già accennato nel paragrafo 2.2 nella pagina 4. Come per gli altri due problemi citati, la risposta di Galileo non è del tutto corretta: l'arco di circonferenza è in effetti una via più rapida del segmento di retta per raggiungere un punto partendo da un altro e ricevendo la spinta della sola forza di gravità, ma non è la più rapida in assoluto. Forse potrà stupire, ma la risposta corretta è nuovamente la cicloide. Più precisamente, per raggiungere sotto le condizioni già descritte un punto B da un punto A a quota più alta, e supponendo che non vi sia energia dispersa in attriti o immagazzinata come momento angolare di inerzia e che il moto inizialmente sia fermo, la via più veloce da seguire è l'unico arco singolo di cicloide che ha A in un punto di massimo (una cuspide) e, ovviamente, passa per B. Nel laboratorio di *Scienza?... Al Dini!* lo stesso strumento visualizzato in figura 4 nella pagina 8 veniva utilizzato anche per mostrare la brachistocronia, facendo cadere due palline contemporaneamente, una sul profilo cicloidale e l'altra su un profilo diritto posto accanto al primo.

La cicloide come soluzione anche della brachistocronia

Purtroppo, come già per altre proprietà della cicloide, ancora una volta non è possibile dimostrare la legge appena enunciata. Esiste una dimostrazione molto interessante, per quanto non necessariamente del tutto convincente, che sfrutta il principio di Fermat (secondo il quale un raggio di luce impiega sempre il percorso più veloce possibile per passare da un punto ad un altro), costruendo un paragone tra la pallina ed un raggio di luce costretto a muoversi su una cicloide dalle condizioni ottiche del mezzo in cui si trova. Tale dimostrazione può essere trovata in [6] (cap. 6, parag. 16-18) o sulla pagina Web http://whistleralley.com/brachistochrone/brachistochrone.htm.

La dimostrazione tramite il principio di Fermat

4 Il problema dell'affidabilità delle deduzioni scientifiche

Arrivati a questo punto credo che sia piuttosto evidente come l'affermazione di Galilei che aveva chiuso il pezzo citato sopra fosse un po' troppo grossolana per essere credibile. Un pendolo che oscillasse con un'apertura di $40°$ presenterebbe un periodo più lungo del circa $3,1\%$ rispetto ad un altro pendolo della stessa lunghezza che oscillasse su angoli infinitesimali. In tal caso basterebbero solamente una trentina di oscillazioni per portare i due pendoli fuori fase di un'intera oscillazione, risultato in aperto contrasto con le garanzie di precisione offerte da Galileo. In un altro passo dei *Discorsi* lo scienziato arriva ad affermare che «se due compagni si metteranno a numerare le vibrazioni [dei due pendoli], l'uno le grandissime e l'altro le piccolissime, vedranno che ne numereranno non pur le decine, ma le centinaia ancora, senza discordar d'una sola, anzi d'un sol punto».

Questa strana distanza tra quanto affermato da Galileo e quanto realmente registrabile (esperimenti di questo tipo ne sono stati fatti, ed hanno effettivamente confermato come il numero di oscillazioni necessarie per separare due pendoli oscillanti ad ampiezze diverse di un periodo è dell'ordine delle decine) mi ha incuriosito e spinto a fare ricerche in proposito. Dal problema particolare dell'isocronia del pendolo, in effetti, emerge una questione molto più generale, che si potrebbe definire di filosofia della scienza: in che modo da dati di per sé strutturalmente approssimati e soggetti ad un'incertezza è possibili dedurre leggi generali esatte, al punto che Galileo, l'icona del metodo sperimentale moderno, preferisce abbandonare una completa coerenza a quanto misurato pur di enunciare una legge esatta?

Ho trovato una risposta interessante in un articolo di Piero Ariotti, dell'Università della California[7]: egli parte dagli enunciati di Galileo e dalle dimostrazioni che esso porta in suffragio di tali enunciati per evidenziare la risposta che il grande scienziato dà alla domanda appena posta.

4.1 Le dimostrazioni portate da Galileo

La prima dimostrazione citata da Ariotti che Galileo espone in favore delle sue tesi sul pendolo non proviene dai *Discorsi*, ma dal *Dialogo sopra i due massimi sistemi del mondo copernicano e tolemaico*[2]. Salviati (gli interlocutori del *Dialogo* sono gli stessi dei *Discorsi*) espone come un pendolo corto vibri più frequentemente di uno più lungo, poiché «un medesimo mobile, fatto muovere in giro dalla medesima virtù movente, in più lungo tempo faccia suo corso per un cerchio maggiore che per un minore», ma ancora non si sbilancia su una descrizione quantitativa della relazione che intercorre tra le due grandezze. La circostanza alla quale Galileo paragona il pendolo è quella della rotazione di un satellite intorno ad un pianeta (poco dopo viene citato l'esempio dei satelliti medicei): non solo, evidenzia Ariotti, in entrambi i casi siamo davanti allo spostamento di un corpo su una traiettoria circolare, ma in entrambi i casi il sistema è mosso dalla forza di gravità. Con il "senno di poi" possiamo anche aggiungere che la formula che esprime il periodo della rotazione o dell'oscillazione è la stessa per entrambi i casi (vale anche per il sistema pianeta-satellite la formula 3, dove r è il raggio dell'orbita e g l'accelerazione prodotta sul satellite dall'attrazione gravitazionale del pianeta). Il porre sullo stesso piano la legge relativa al pendolo e quella relativa al satellite, giustificando la prima con la seconda, ha la funzione di rendere la prima «vera, naturale, anzi necessaria» come è già accettata la seconda (si ricordi che il tema principale del *Dialogo* è proprio l'astronomia) e di dare al pendolo la piena dignità di strumento di misura del tempo (come è a lungo stato il cielo).

L'analogia tra la legge del pendolo e la prima legge dell'astronomia

L'arcuatura del pendolo a filo

Nei *Discorsi* Galileo riconoscerà la legge già anunciata di proporzionalità tra il periodo del pendolo e la radice quadrata della lunghezza del filo. Lo stesso Galileo, però, già nel *Dialogo* si era accorto di come tale lunghezza non è costante, in quanto il filo del pendolo si incurva ad arco verso l'interno nei punti estremi della corsa del peso (come visualizzato in figura 10 nella pagina successiva). Consideriamo un elemento del filo del pendolo durante l'oscillazione (evidenziato con i punti F, G ed E): esso è a sua volta un pendolo, anche se molto più leggero, che, essendo più corto, oscilla ad una frequenza maggiore del pendolo principale. Quando il pendolo principale si sta avvicinando ad una posizione estrema, i vari elementi di filo stanno già cercando di tornare indietro e si oppongono quindi al moto del peso, incurvando il filo e disperdendo l'energia del pendolo anche in mancanza di attrito con l'aria e con il perno. Qual è a questo punto la lunghezza del filo da considerare per calcolare il periodo del pendolo? Arcuandosi il filo, infatti, il peso si avvicina al perno (come visualizzato in figura per i punti D e C), ed inoltre tale avvicinamento non è costante,

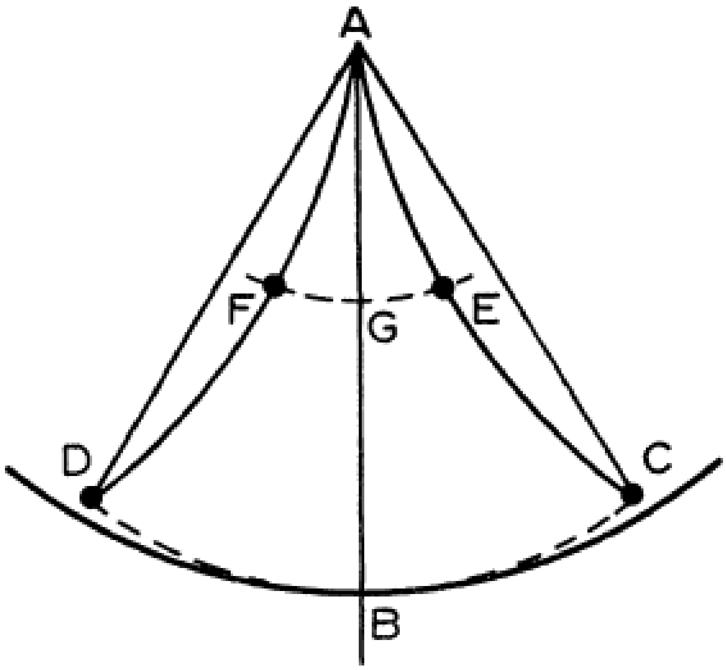


Figura 10: Un pendolo composto

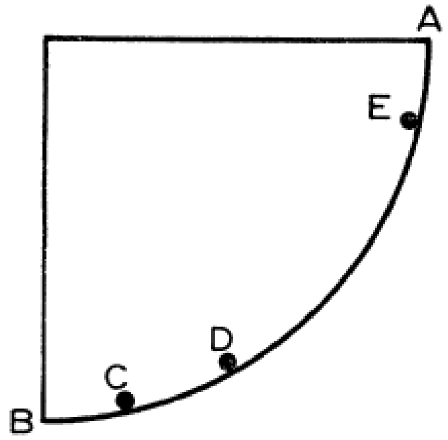


Figura 11: Un pendolo circolare senza filo

ma diminuisce con il diminuire dell'ampiezza delle oscillazioni: la lunghezza del filo quindi aumenterebbe con il progressivo smorzamento delle oscillazioni?

Il pendolo rigido

Un altro strumento proposto sempre nel *Dialogo* è però immune da questo problema: si tratta sempre di un peso che oscilla su una traiettoria circolare, ma questa volta la traiettoria è mantenuta da una pista di forma circolare (visualizzata in figura 11), opportunamente pulita e resa liscia, nella quale vengono lasciate cadere delle palline. In questo caso la distanza tra il peso ed il suo centro di rotazione è, secondo Ariotti, realmente costante. Come nel caso del pendolo, Galileo attribuisce a questo strumento le proprietà di tautocronia e brachistocronia.

La dimostrazione della tautocronia e dell'isocronia

Ariotti poi passa ad esaminare l'esperimento che Galileo compie per provare l'isocronia del pendolo, notando come esse in realtà non permettano di dimostrare veramente la tesi che lo scienziato si prefigge. Vengono confrontati due pendoli con massa diversa, ma lunghezza uguale: «allontanata poi l'una e l'altra palla [una di sughero e l'altra di piombo] dallo stato perpendicolare, gli ho dato l'andare nell'istesso momento, ed esse, scendendo per le circonferenze de' cerchi descritti da gli spaghi eguali, lor semidiametri, passate oltre al perpendicolo, son poi per le medesime strade ritornate indietro; e reiterando ben cento volte per lor medesime le andate e le tornate, hanno sensatamente mostrato, come la grave va talmente sotto il tempo della leggiera, che né in ben cento vibrazioni, né in mille, anticipa il tempo d'un minimo momento, ma camminano con passo egualissimo. Scorgesi anco l'operazione del mezzo, il quale, arrecando qualche impedimento al moto, assai più diminuisce le vibrazioni del sughero che quelle del piombo, ma non però che le renda più o men frequenti; anzi quando gli archi passati dal sughero non fusser più che di cinque o sei gradi, e quei del piombo di cinquanta o sessanta, son eglin passati sotto i medesimi tempi». Un tale esperimento, però, non permette di dedurre che il periodo del pendolo è indipendente dal peso e dall'ampiezza delle sue oscillazioni: i due pendoli infatti sono in "sincronia", ma questo non garantisce automaticamente la loro "isocronia". Il periodo del pendolo potrebbe variare uniformemente per i due pendoli e tale comportamento, non isocrono, non intaccherebbe la sincronia tra i due. La dimostrazione non è quindi valida.

La dimostrazione della brachistocronia

Per quanto riguarda il problema della brachistocronia, la dimostrazione data da Galileo muove dalla cosiddetta "legge delle corde": «se dal più alto o dal più basso punto di un cerchio eretto sull'orizzonte si conducono piani inclinati qualsiasi fino alla circonferenza, i tempi delle discese lungo tali piani saranno eguali» (teorema VI della terza giornata dei *Discorsi*; si vedano anche i suoi corollari). Inoltre «se in un cerchio, eretto sull'orizzonte, dal suo punto più basso si innalza un piano inclinato, il quale sottenda un arco non maggiore di un quadrante, e se dagli estremi di tale piano si conducono due altri piani inclinati a un qualsiasi punto dell'arco, la discesa lungo [il sistema di] questi due ultimi piani inclinati si compirà in minor tempo che lungo il solo primo piano inclinato, o che lungo uno soltanto di questi due ultimi piani, e precisamente l'inferiore» (teorema XXII della stessa giornata). Il secondo teorema citato sostanzialmente evidenzia come nello scendere da un punto ad un altro della circonferenza seguire la corda che unisce i due punti sia meno conveniente che fare una "tappa intermedia", percorrendo due corde adiacenti. Ma, prosegue Galileo nello scolio che segue immediatamente tale teorema, lo stesso discorso può essere a sua volta fatto sulle due nuove corde e continuamente ripetuto fino a che, al limite, la circonferenza stessa si rivela come curva di massima velocità. Ovviamente non sfugge che anche questa dimostrazione non è valida, in quanto contrabbanda un minimo locale (la circonferenza) come un minimo assoluto (quale in realtà è, come già si è detto, la cicloide). Inoltre questa dimostrazione, neanche unita al teorema VI, non permette di concludere alcunché sul fatto che i vari percorsi delle palline lungo l'arco di circonferenza siano tutti uguali, come sarebbe necessario per poter dedurre l'isocronia del pendolo.

La pesatura dell'acqua per la misura degli intervalli di tempo

L'unico esperimento a cui Ariotti riconosce effettivamente valore dimostrativo è quello della pesatura dell'acqua: «si teneva una gran secchia piena d'acqua, attaccata in alto, la quale per un sottil cannellino, saldatogli nel fondo, versava un sottil filo d'acqua, che s'andava ricevendo con un piccol bicchiero. [...] le particelle poi dell'acqua, in tal guisa raccolte, s'andavano di volta in volta con esattissima bilancia pesando». In realtà Galileo cita questo esperimento per misurare il tempo di caduta di gravi lungo un piano inclinato, ma secondo Ariotti è probabile che l'abbia utilizzato anche per il pendolo. La precisione di tale metodo è, sempre secondo Ariotti, sufficientemente alta da poter provare l'isocronia del pendolo su oscillazioni sufficientemente ampie.

4.2 L'isocronia come spiegazione più semplice

Alla luce di quanto detto sin'ora, è chiaro che Galileo non riesce a portare una spiegazione sufficientemente convincente della tesi che propone. Il metodo della pesatura dell'acqua potrebbe essere una buona idea, ma Galileo non sente l'urgenza di applicarlo anche al pendolo. Come mai, tuttavia, si sente autorizzato a dare per sicura (addirittura oltre quella che è la sua effettiva validità) la legge che enuncia? Questa era la domanda con cui eravamo partiti nell'ultima sezione di questa tesina.

La risposta che Ariotti dà è questa: l'ipotesi di isocronia è per Galileo la spiegazione più semplice che si può dare a quanto osservato. Anche se nessuna dimostrazione formale e totalmente rigorosa viene conclusa, la semplicità dell'ipotesi di per sé avvalora l'ipotesi stessa. Il dato sperimentale può diventare superfluo, diventa un semplice suggerimento che assume il valore di legge solo se è accettato dalla ragione, che al contrario è sufficiente da sola. Il pendolo non è isocrono perché i dati sperimentali lo confermano, ma perché la ragione dello scienziato capisce che è così.

Tale filosofia viene anche direttamente esplicitata nel *Dialogo*:

> *Simp.* Che dunque voi non n'avete fatte cento, non che una prova, e l'affermate cosí francamente per sicura? Io ritorno nella mia incredulità, e nella medesima sicurezza che l'esperienza sia stata fatta da gli autori principali che se ne servono, e che ella mostri quel che essi affermano.
>
> *Salv.* Io senza esperienza son sicuro che l'effetto seguirà come vi dico, perché cosí è necessario che segua; e piú v'aggiungo che voi stesso ancora sapete che non può seguire altrimenti, se ben fingete, o simulate di fingere, di non lo sapere.

Un ulteriore confessione di ciò, sempre ripresa dal *Dialogo*, esprime come tale concezione scientifica sia fortemente in contrasto con il precedente pensiero filosofico:

> *Sagr.* A me, per quello che appartiene al mio senso, si rappresenta non piccola differenza tra la semplicità e facilità dell'operare effetti con i mezi assegnati in questa nuova constituzione, e la multiplicità confusione e difficultà che si trova nell'antica e comunemente ricevuta; ché quando secondo questa multiplicità fusse ordinato questo universo, bisognerebbe in filosofia rimuover molti assiomi comunemente ricevuti da tutti i filosofi, come che la natura non multiplica le cose senza necessità, e che ella si serve de' mezi piú facili e semplici nel produrre i suoi effetti, e che ella non fa niente indarno, ed altri simili. Io confesso non aver sentita cosa piú ammirabile di questa, né posso credere che intelletto umano abbia mai penetrato in piú sottile speculazione.

5 Conclusione divertente per chi non si è ancora annoiato

Chi è arrivato fin qui a leggere è veramente coraggioso! Ad ogni modo, ormai questa tesina è finita. Visto però l'argomento ho pensato di includere un breve racconto[5] dello scrittore Achille Campanile (1899 - 1977), una divertente ironia su come, a volte, il pensiero scientifico si trasmette con difficoltà a chi non è "del mestiere". Spero possa essere una conclusione divertente per tutti!

Quando Galileo, osservando le oscillazioni del pendolo, fece la grande scoperta, per prima cosa andò a dar la notizia al Granduca.

« Eccellenza, » gli disse « ho scoperto che il mondo si muove. »

« Ma davvero? » fece il Granduca, meravigliato e anche un po' allarmato. « E come l'avete scoperto? »

« Col pendolo. »

« Accidenti! Colpendolo con che cosa? »

« Come, con che cosa? Col pendolo, e basta. Non c'era nient'altro, quand' ho fatto la scoperta. »

« Ho capito. Ma colpendolo con che cosa? Con un oggetto contundente? Con un'arma? Con la mano? »

« Col pendolo, soltanto col pendolo. »

« Benedetto uomo, ho capito. Avete scoperto che il mondo si muove colpendolo. Cioè, che si muove quando lo si colpisce. Bisogna vedere con che cosa lo si colpisce. Non potete averlo colpito con niente. E ci vuole un bell'aggeggio per colpire il mondo in modo da farlo muovere. »

Il grande astronomo e matematico si mise a ridere di cuore.

« Eccellenza, » disse « ma voi credete che "col pendolo" vada legato con "si muove". No. Va legato con "ho scoperto". Col pendolo ho scoperto che il mondo si muove. L'ho scoperto col pendolo. »

« Colpendo il mondo. Ho capito. »

« Ma no. Col pendolo. Col pendolo! »

« Ma colpendo chi, allora? E con che? »

« Ma non colpendolo. Col pendolo! »

« Che modo di ragionare! Non colpendolo, ma colpendolo! »

Insomma, dovette scriverglielo su un pezzo di carta[1].

6 Ringraziamenti

Le persone da ringraziare sarebbero tante, quindi qualcuno potrebbe mancare da questa lista. Spero non si senta troppo offeso... Quindi grazie a (in rigoroso disordine di importanza):

- Tutti coloro che hanno "inventato" e "pensato" le cose di cui ho scritto: Galileo Galilei e Christiaan Huygens *in primis*, ma anche tanti altri. Tra questi Isaac Newton, grande fisico e autore del motto «Se ho visto lontano è perché sono salito sulle spalle dei giganti» (in realtà ripreso dal filosofo francese Bernardo di Chartres). Un grazie anche a Piero Ariotti che, pur non volendolo, mi ha dato spunti interessanti su un argomento nel quale mi sono addentrato praticamente al buio.

- Mia mamma per avermi suggerito il tema e per avermi fornito materiale per la parte scientifica, mio zio Enrico per avermi fornito materiale e dato riferimenti per la parte filosofica e mio papà per aiuti e suggerimenti vari.

- Tutti i compagni del laboratorio di *Scienza?... Al Dini!* per il bellissimo lavoro svolto insieme, in particolare a Pier Luigi Susini per le fotografie che ho messo su questa tesina e Giulio Pollina per la dimostrazione in figura 4 nella pagina 8.

[1] E dire che avrebbe chiarito tutto se avesse detto: « Con il pendolo ».

- Il grandissimo tecnico di laboratorio di scuola mia, Albino, costruttore di tantissime delle attrezzature che abbiamo usato nel nostro laboratorio, in particolare dei due pendoli con cui ho lavorato io.

- Andrea Pasqui, che ha realizzato materialmente i circuiti elettronici e ne ha progettato una buona metà.

- Caterina Fattorini, per l'immagine di copertina e per tante altre cose.

- I miei professori di cinque anni, che non hanno avuto un ruolo marginale, anche se meno diretto ed esplicito, nella scirttura di questa tesina.

Indice

Elenco delle figure

Elenco delle tabelle

Riferimenti bibliografici

[1] Galileo Galilei, Discorsi e dimostrazioni matematiche intorno a due nuove scienze attinenti alla meccanica e i movimenti locali, 1638

[2] Galileo Galilei, Dialogo sopra i due massimi sistemi del mondo copernicano e tolemaico, 1632

[3] Christiaan Huygens, Horologium oscillatorium sive de motu pendolorum, 1673

[4] Paul A. Tipler, Fisica vol. 1, Zanichelli, 1980

[5] Achille Campanile, Vite degli uomini illustri, BUR, 1979

[6] L. A. Lyusternik, Shortest paths - Variational problems, Pergamon Press, 1964

[7] Piero Ariotti, Galileo on the Isochrony of the Pendulum, *Isis*, vol. 59, no. 4, (Winter, 1968), pp. 414-426