

# PL DUALE GEOMETRICO

mercoledì 14 agosto 2024 11:59

0) Si risolva il problema di PL in figura, per via geometrica, utilizzando l'algoritmo del Simplex Duale a partire dalla base B data. Per ogni iterazione si indichino

- la base,
- la soluzione di base primale (in figura),
- l'indice entrante k,
- il segno delle componenti dei vettori  $y_B$  e  $n_B$
- l'indice uscente h, giustificando le risposte.

- 1) Si discuta inoltre la degenerazione, sia primale che duale, delle basi visitate dall'algoritmo.
- 2) Si specifichi infine come cambierebbe lo svolgimento dell'esercizio se il gradiente della funzione obiettivo fosse il vettore  $c'$  riportato in figura.
- 3) In caso di ottimo finito si discuta se la soluzione ottime determinate siano unica, e nel caso in cui non lo sia si caratterizzino tutte le soluzioni ottime primali e duali
- 4) Come cambierebbe l'esecuzione dell'algoritmo se non fosse presente il quinto vincolo primale?

09-06-2021

22-07-2021

06-06-2022

08-02-2023

14-01-2019

03-02-2020

19-09-2019

03-07-2019

18-07-2017

15-02-2018

28-01-2016

17-02-2017

13-09-2016

21-07-2015

## SOL 0

1)  $B = \{1, 5\}$   $A, C \in \text{cono} \{A_s, A_e\} \Rightarrow y_s, y_e > 0 \Rightarrow$

### CARATTERIZZAZIONE BASI (es tipico 1)

$\exists I = B$  prim non deg  
 $\exists I > B$  primale deg

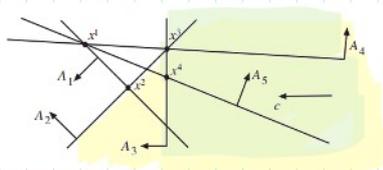
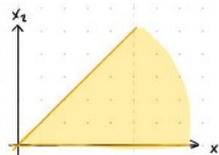
$\exists \bar{y}_i \neq 0$  b. duale non deg  
 $\exists \bar{y}_i = 0$  b. duale deg

3)  $\bar{x}'$  quale vincolo viola?

Lemma: Un cono poliedrico  $P = \{x \mid Ax \leq 0\}$  è l'involuppo conico di un insieme finito dei suoi punti.

Es:  $P = \{x \in \mathbb{R}^2 \mid -x_1 \leq 0, -x_2 \leq 0, -x_1 + x_2 \leq 0\}$

$\Rightarrow P = \text{cono}(\{(1,0), (1,1)\})$



$x'$  non viola i vincoli 1, 5, 4 perché sta su di essi  
 $x'$  viola il vincolo 2 perché non sta nella regione gialla  
 $x'$  viola il vincolo 3 perché non sta nella regione verde

$K = \text{min} \{ \text{di tali vincoli} \}$

A  $Ax \leq b$  cono  $\{Ae, As\} \Rightarrow ne > 0 \quad ns > 0$

B cono  $\{-Ae, As\}$  o vice  $\Rightarrow ne < 0$  e  $ns > 0$

C cono  $\{-Ae, -As\}$   $ne, ns < 0$  STOP  $\Rightarrow$  (D) inf. ill.  $\Rightarrow$  (P) =  $\emptyset$

nel caso A e B

$$h = \min \{i \text{ t.c. } n_i > 0\}$$

$$4) B = B \setminus \{R\} \cup \{K\}$$

Riparto da 1

### SOL 2

Vedere se tutte le basi visitate sono duali amm. rispetto a  $c^1$   
poi discutere la degenerazione

### SOL 3

- 1) Se B finale è primale non degenera allora il problema duale ammette un'unica soluzione ottima
- 2) Se B finale è duale non degenera allora il problema primale ammette un'unica soluzione ottima
- 3) Se la soluzione ottima duale invece non è unica trovo un'altra base  $B^1$  (guardando l'intersezione di due vincoli che mi forniscono l'ultima soluzione di base  $x^j$  (finale)) corrispondente a una soluzione di base duale ottima distinta da quella determinata dall'algoritmo.
- 4) Se  $c \parallel A_i$ , allora  $x^j$  (finale) non è l'unica soluzione ottima primale. L'insieme delle soluzioni ottime del problema primale è infatti costituito dalla faccia del poliedro individuato dall'iperpiano corrispondente al vincolo, avente come estremi e il vertice del poliedro ottenuto dall'intersezione degli iperpiani corrispondenti al e al vincolo.

capre meglio