Logica Matematica

Francesca Pratali

October 2019

Esercizio Provare che, se $\exists x\phi \equiv \neg(\forall x \neg\phi)$, allora la regola "$\frac{T,\phi\vdash\gamma}{T,\exists x\phi\vdash\gamma}$ se $x \notin VL(T,\gamma)$" si deduce dalle altre tre regole per i quantificatori e le regole della deduzione naturale.

Dim

- $T, \phi \vdash \gamma$
- $T, \phi, \neg\gamma \vdash \gamma$ per indebolimento.
- (Ax) $\neg\gamma \vdash \neg\gamma$,
- $T, \phi, \neg\gamma \vdash \neg\gamma$ per indebolimento.
- $T, \phi, \neg\gamma \vdash \perp$ per $(\vdash \perp)$.
- $T, \neg\gamma \vdash \neg\phi$ per $(\vdash \neg)$.
- $T, \neg\gamma \vdash \forall x\neg\phi$ per generalizzazione, usando che $x \notin VL(T,\gamma) = VL(T,\neg\gamma)$.
- $T, \neg\gamma, \neg(\forall x\neg\phi) \vdash \forall x\neg\phi$ per indebolimento,
- $\neg(\forall x\neg\phi) \vdash \neg(\forall x\neg\phi)$ (Ax),
- $T, \neg\gamma, \neg(\forall x\neg\phi) \vdash \neg(\forall x\neg\phi)$ per indebolimento,
- $T, \neg\gamma, \neg(\forall x\neg\phi) \vdash \perp$ per $(\vdash \perp)$
- $T, \neg(\forall x\neg\phi) \vdash \gamma$ (RAA).

$\square$