

ESERCIZI SU ESPONENZIALI E LOGARITMI

CRISTIAN SOPIO

1. DOMINIO DI DEFINIZIONE E IMMAGINE

Trovare il dominio di definizione e immagine delle seguenti funzioni

- $\exp\left(\frac{\log(2x)}{1 - \sqrt{x^2 - 1}}\right)$
- $\log(\log(4x + 6))$
- $\log\left(\frac{e^{2x}\log(x^2)}{\sqrt{x^3 + 1}}\right)$
- $\frac{1 - e^x}{e^{2x} - 2e^x + 1}$
- $\sqrt{\frac{1 - 3^x}{1 + 3^x}}$
- ★ $\log\left(\log\left(\frac{e^{2x}\log(x^2)}{\sqrt{x^3 + 1}}\right)\right)$

2. SEMPLIFICAZIONI

Semplificare il più possibile le seguenti espressioni

- $\frac{\log(3^3)}{\log(\sqrt{3})} e^{2+\log(16)}$
- $\exp\left(2 + \log\left(\frac{x^2}{e^{3x}}\right)\right)$
- $\log\left(\frac{e^{2x^2-3x+1}x^2}{\sqrt{2x+1}}\right)$

3. EQUAZIONI E DISEQUAZIONI

- $\log(e^x + 1) = 3$
- $(3^{x-7})^x = 9^{3-4x}$
- $3^{2x} + 3^x - 6 = 0$
- $5^{2(x-2)} (5^{2(x-1)})^{x+1}$
- $2^x + 2^{(x+1)} = -2^{x-1} + 7$
- $2^{x+5} 3^{x+2} \leq 8 \cdot 6 \frac{3x-1}{x}$

- $\log(x^2) + \frac{1}{\log(x)} = 3$

4. GRAFICI

Disegnare i grafici delle seguenti funzioni

- $e^{1-x^2} - 1$
- $\log(2x + 1)$
- $\log(|x - 1|) + 2$
- $\left| \log(|x - 2|) \right|$
- $\exp\left(-\left|2 - |x|\right|\right)$

5. MISCELLANEA

- Dare una buona definizione di funzione esponenziale.

Dato $a \in \mathbb{R}^+$ costruire la funzione

$$a^x : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}^+$$

tale per cui $a^x a^y = a^{x+y}$ e $a^0 = 1$.

- Dimostrare che data $f : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}^+$ tale che $f(0) = 1$ e per ogni $x, y \in \mathbb{R}$ vale

$$f(x)f(y) = f(x + y),$$

allora esiste $a \in \mathbb{R}^+$: $f(x) = a^x$.

- Trovare tutte le soluzioni di

$$3^x + 4^x = 5^x.$$

- Dire per quali $k \in \mathbb{R}$ l'equazione

$$e^x = kx$$

non ha soluzioni reali.