Es.: "$x \cdot \underline{e}$" termine in $\mathcal{L}_{gruppi} = \{\underline{e}, \cdot\}$,
$\mathcal{M}$ $\mathcal{L}_{gruppi}$-struttura, $\mathcal{M} = (M, \underline{e}^{\mathcal{M}}, \cdot^{\mathcal{M}})$,
$\rho: Var \to M$, $(x \cdot \underline{e})^{\mathcal{M}, \rho} = \cdot^{\mathcal{M}}(\rho(x), \underline{e}^{\mathcal{M}}) \in M$.

Definiamo, per induzione sulla costruzione della $\mathcal{L}$-formula φ, "$\mathcal{M} \models \varphi[\rho]$".

- φ formula atomica:

t_1, t_2 termini ← – $\mathcal{M} \models$ "$t_1 = t_2$"$[\rho]$ vale se e solo se $t_1^{\mathcal{M},\rho} = t_2^{\mathcal{M},\rho}$;
$t_1, \dots, t_n$ " , ← – $\mathcal{M} \models \underline{R}(t_1, \dots, t_n)[\rho]$ " " " " "
R relazione di arietà n $(t_1^{\mathcal{M},\rho}, \dots, t_n^{\mathcal{M},\rho}) \in \underline{R}^{\mathcal{M}}$;

- connettivi: $M \models \neg\varphi[\rho]$ " " " " " $M \not\models \varphi[\rho]$ e gli altri pure nel modo ovvio;
- quantificatori: se $x \in VL(\varphi)$, $\mathcal{M} \models \forall x \varphi[\rho]$ " " " " " per ogni $m \in M$ $\mathcal{M} \models \varphi[\rho(m/x)]$ e simile con $\exists$.

Proprietà: (1) se ρ e ρ' coincidono su tutte le variabili tranne $x \in VL(\varphi)$,
$\mathcal{M} \models \exists x \varphi[\rho]$ se e solo se $\mathcal{M} \models \exists x \varphi[\rho']$,
stesso con $\forall$: non conta il valore dell'assegnamento sulla variabile x.

Per la (1), non conta il valore che ρ assegna alle variabili legate.
(2) Non conta il valore che ρ assegna alle variabili che non compaiono.

Conclusione: $\mathcal{M} \models \varphi[\rho]$ dipende solo da $\rho_{|VL(\varphi)}$.

Notazione: $\mathcal{M} \models \varphi(x_1, \dots, x_n)[a_1, \dots, a_n]$ per intendere che $VL(\varphi) = \{x_1, \dots, x_n\}$ e si considera un qualunque assegnamento ρ t.c. $\rho(x_i) = a_i$.

Per ogni enunciato σ vale $\mathcal{M} \models \sigma[\rho]$ per ogni ρ aut $\mathcal{M} \models \neg\sigma[\rho]$ per ogni ρ.

Def.: si dice $\mathcal{L}$-TEORIA un qualunque insieme di $\mathcal{L}$-enunciati.

Def.: sia T una $\mathcal{L}$-teoria. Una $\mathcal{L}$-struttura $\mathcal{M}$ si dice MODELLO di T se $\mathcal{M} \models \sigma$ per ogni $\sigma \in T$.

Es.: $\mathcal{L}_{gruppi} = \{\underline{e}, \cdot\}$, $T_{gruppo} = \{$tre assiomi di gruppo$\}$; un gruppo è un modello di T_{gruppo}.

Def.: T è SODDISFACIBILE se $\exists \mathcal{M} \models T$.

Def.: σ è CONSEGUENZA LOGICA di T, $T \models \sigma$ se per ogni modello $\mathcal{M} \models T$ vale $\mathcal{M} \models \sigma$.

Come fatto con il calcolo proposizionale, si definisce l'equivalenza logica tra enunciati, cioè $\sigma \equiv \tau$ se $\models \sigma \leftrightarrow \tau$, cioè $\sigma \leftrightarrow \tau$ LOGICAMENTE VERO (vero in tutti i modelli).

Ex.: se $A(X_1, \dots, X_n)$ è una tautologia proposizionale nelle variabili $X_1, \dots, X_n$ e $\sigma_1, \dots, \sigma_n$ sono $\mathcal{L}$-enunciati, allora $A(\sigma_1/X_1, \dots, \sigma_n/X_n)$ è logic. vera.

La chiusura universale di $\varphi(x_1, \dots, x_n)$ è $\forall x_1 \dots \forall x_n \varphi(x_1, \dots, x_n)$ enunciato.

Def.: una $\mathcal{L}$-teoria T è COMPLETA se per ogni $\mathcal{L}$-enunciato σ si ha $T \models \sigma$ aut $T \models \neg\sigma$.

Es.: 1) T_{gruppi}: non è completa (σ = "commutativa");
2) $T_{ordini\ totali}$: no (σ = "esiste max.");
3) $T_{ordini\ densi\ senza\ max.\ e\ min.}$: completa (poi);
4) $T_{campi\ ordinati\ reali\ chiusi}$: sì (Tarski);
5) $T_{aritmetica\ di\ Peano}$: no (Gödel).