Cose a caso sui campi ordinati (non) archimedei.

Ex.: 5) {campi di caratteristica $\neq 0$} non assio.;

6) {gruppi di torsione} // //;

7) {grafi connessi} // //;

8) {buoni ordini} // //;

9) {ordini completi} // //.

E le classi complementari?

Teo.: $\mathcal{K}$ classe di $\mathcal{L}$-strutt. è assio. se e solo se $\mathcal{K}$ è chiusa per equiv. elementare e ultraprodotti.

Dim.: ($\Rightarrow$) facile (si usa Łos).

($\Leftarrow$) $T = \bigcap_{\mathcal{M}\in\mathcal{K}} Th(\mathcal{M}) = \{\sigma \mid \forall \mathcal{M}\in\mathcal{K}\ \mathcal{M}\models\sigma\}$.

Voglio mostrare che $\mathcal{K} = \{\mathcal{M} \mid \mathcal{M}\models T\}$. $\subseteq$ ok per def. di T.

$\supseteq$: prendo $\mathcal{B}\models T$. Voglio mostrare che $\mathcal{B}\in\mathcal{K}$.

$\forall \sigma_1,\dots,\sigma_n \in Th(\mathcal{B})$ esiste $\mathcal{M}\in\mathcal{K}$ t.c. $\mathcal{M}\models\sigma_1\wedge\dots\wedge\sigma_n$, altrimenti per ogni $\mathcal{M}\in\mathcal{K}$ $\mathcal{M}\models\neg(\sigma_1\wedge\dots\wedge\sigma_n)$, cioè $\neg(\sigma_1\wedge\dots\wedge\sigma_n)\in T$, ma $\mathcal{B}\models T$ e $\mathcal{B}\models\sigma_1\wedge\dots\wedge\sigma_n$, assurdo.

$\forall i = \{\sigma_1,\dots,\sigma_n\} \in Fin(Th(\mathcal{B})) = I\ \exists \mathcal{M}_i\in\mathcal{K}$ t.c. $\mathcal{M}_i\models\sigma_1\wedge\dots\wedge\sigma_n$. Per ogni $\sigma\in Th(\mathcal{B})$ considero $\hat{\sigma} = \{i\in I \mid \sigma\in i\}$. $\{\hat{\sigma} \mid \sigma\in Th(\mathcal{B})\}$ ha la FIP.

Prendo $\mathcal{U}$ ultrafiltro che include tutti i $\hat{\sigma}$.

$\mathcal{K}\ni\mathcal{M}_\mathcal{U} = \prod_{i\in I}\mathcal{M}_i/\mathcal{U}\models Th(\mathcal{B}) \Rightarrow \mathcal{M}_\mathcal{U}\equiv\mathcal{B}\Rightarrow\mathcal{B}\in\mathcal{K}$. $\square$